

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Политехнический институт
Кафедра «Электротехнические комплексы и системы»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ В. И. Пантелеев

подпись

инициалы, фамилия

« ____ » _____ 2018 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

13.03.02 – Электроэнергетика и электротехника

Моделирование АД в полярных координатах с учетом насыщения главной
магнитной цепи

Руководитель	_____	<u>доцент, канд. техн. наук</u>	<u>А. А. Федоренко</u>
	подпись, дата	должность, ученая степень	инициалы, фамилия
Выпускник	_____		<u>И. С. Шинкоренко</u>
	подпись, дата		инициалы, фамилия
Нормоконтролер	_____	<u>доцент, канд. техн. наук</u>	<u>А. А. Федоренко</u>
	подпись, дата	должность, ученая степень	инициалы, фамилия

Красноярск 2018

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Электротехнические комплексы и системы»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

В.И. Пантелеев

« 7 » 05 2018 г.

**ЗАДАНИЕ
НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ
в форме бакалаврской работы**

Студенту Шинкоренко Илье Сергеевичу

Группа ФЭ 14-06Б Направление (специальность) 13.03.02.1 0

Электроэнергетика и электротехника

Тема выпускной квалификационной работы Моделирование АД в полярных координатах с учетом насыщения главной магнитной цепи

Утверждена приказом по университету № 2890/с от 28.02.2018

Руководитель ВКР Федоренко А.А., к.т.н. доцент кафедры «ЭТКиС»

Исходные данные для ВКР: Параметры двигателей серии 4A160M4Y3 и 4A250S4Y3

Перечень разделов ВКР: Представление трехфазных переменных обобщенными векторами. Применение математического аппарата комплексных функций для анализа процессов АМ, математические модели и структурные схемы асинхронного двигателя в полярной системе координат, модель асинхронного двигателя с учётом насыщения, результаты моделирования.

Руководитель ВКР

(подпись)

Федоренко А. А.

Задание принял к исполнению _____ Шинкоренко И. С.
(подпись)

КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК выполнения ВКР

Наименование и содержание этапа (раздела)	Срок выполнения
Уравнение обобщённой машины, обобщённый вектор	06.05.2018-12.05.2018
Математические модели и структурные схемы асинхронного двигателя в полярной системе координат	12.05.2018-18.05.2018
Модель асинхронного двигателя с учётом насыщения	18.05.2018-24.05.2018
Результаты моделирования	25.05.2018-31.05.2018
Оформление пояснительной записки	01.06.2018-08.06.2018
Подготовка материалов презентации	08.06.2018-15.06.2018

« 06 » мая 2018 г.

Руководитель ВКР



(подпись)

Федоренко А. А.

Студент



Шинкоренко И. С.

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа «Моделирование АД в полярных координатах с учетом насыщения главной магнитной цепи» содержит 86 страниц текстового документа, 44 иллюстраций, 8 таблиц, 16 использованных источников.

ПОЛЯРНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ, АД 4А160М4УЗ, АД 4А250S4УЗ, СРЕДСТВО ВИЗУАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ SIMULINK, МОДЕЛЬ.

Объекты моделирования – реальные асинхронные двигатели 4А160М4УЗ и 4А250S4УЗ. Основной задачей проекта является моделирование реального асинхронного двигателя в различных переменных с учетом насыщения главной магнитной цепи.

Цели моделирования:

- математическое моделирование асинхронного двигателя с учетом насыщения главной магнитной цепи;
- построение структурных схем моделей асинхронного двигателя с учетом насыщения главной магнитной цепи;
- построение структурных схем моделей асинхронного двигателя с учетом насыщения главной магнитной цепи в полных переменных;
- построение структурных схем моделей асинхронного двигателя с учетом насыщения главной магнитной цепи в переменных $i_s - \psi_r$ и $\psi_s - \psi_r$;
- сравнения полученных динамических и статистических характеристик.

В результате моделирования были построены структурные схемы асинхронных двигателей 4А160М4УЗ и 4А250S4УЗ с учетом насыщения главной магнитной цепи в полных переменных и в переменных $i_s - \psi_r$ и $\psi_s - \psi_r$ в полярных координатах.

В итоге были получены статические и динамические характеристики в полярных системах координат и проведено их сравнение.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	7
1 Обобщенный электромеханический преобразователь энергии	9
1.1 Обобщенный (результатирующий) вектор	9
1.2 Векторно-матричные уравнения обобщенной трехфазной электрической машины. Применение математического аппарата комплексных функций	16
1.3 Общая формула электромагнитного момента. Уравнение движения	22
2 Математические модели и структурные схемы асинхронного двигателя в полярной системе координат	24
2.1 Математическое описание двигателя в полных переменных	24
2.2 Математическое описание двигателя в переменных $\bar{\psi}_s, \bar{\psi}_r$	27
2.3 Математическое описание двигателя в переменных $\bar{i}_s, \bar{\psi}_r$	33
2.4 Построение структурной модели асинхронного двигателя в полярной системе координат с использованием в качестве переменных состояния фазовых углов между обобщёнными векторами.38	
3 Модель асинхронного двигателя с учётом насыщения	41
3.1 Аналитическое представление характеристики намагничивания двигателя	41
3.2 Построение структуры модели АД с учетом насыщения главной магнитной цепи в полных переменных	44
3.3 Построение структуры модели АД с учетом насыщения главной магнитной цепи в переменных $\bar{\psi}_s, \bar{\psi}_r$	48
3.4 Построение структуры модели АД с учетом насыщения главной магнитной цепи в переменных $\bar{i}_s, \bar{\psi}_r$	54

4 Результаты моделирования	59
4.1 Расчет параметров АМ	59
4.1.1 Расчет параметров асинхронного двигателя 4А160М4У3 по паспортным данным	59
4.1.2 Расчет параметров асинхронного двигателя 4А250S4У3 по паспортным данным	63
4.2 Результаты моделирования асинхронного двигателя в полярной системе координат с учётом насыщения	67
4.2.1 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А160М4У3 в полных переменных	67
4.2.2 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А250S4У3 в полных переменных	70
4.2.3 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А160М4У3 в переменных $\psi_s - \psi_r$	72
4.2.4 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А250S4У3 в переменных $\psi_s - \psi_r$	75
4.2.5 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А160М4У3 в переменных $i_s - \psi_r$	77
4.2.6 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А250S4У3 в переменных $i_s - \psi_r$	80
Заключение	82
Список литературы	85

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании систем электропривода возникает проблема проверки правильности и эффективности принятых решений. Наиболее достоверным способом такой проверки является физический эксперимент: изготовление и экспериментальное исследование полноценного технологического агрегата. Ясно, что осуществление физического эксперимента – это трудоёмкая, длительная и дорогостоящая процедура. Проблема усугубляется необходимостью сравнить несколько вариантов решения задачи. Во многих случаях ориентация на полноценный физический эксперимент оказывается совершенно неприемлемой.

Выходом из положения может быть замена физического эксперимента моделированием будущей системы электропривода. Под моделированием понимается замещение исследуемой системы ее условным образом или другой системой и изучение свойств оригинала путём изучения свойств модели. В зависимости от способа реализации все модели подразделяются на два больших класса: физические и математические.

Физическое моделирование предполагает изготовление упрощённого макета исследуемой системы электропривода. Упрощение касается прежде всего масштаба. Например, для исследования электропривода экскаватора может быть изготовлена его уменьшенная модель. Физическое моделирование можно считать упрощённым вариантом физического эксперимента - макет имитирует основные особенности исследуемой системы, но имеет значительно меньшие габариты и мощность. Тем не менее изготовление физического макета может занимать значительное время и требовать существенных капиталовложений.

Математическое моделирование предполагает наличие формализованного математического описания оригинала – математической модели – и исследование его свойств вместо свойств самого оригинала. в

связи с этим математическое моделирование называют ещё вычислительным экспериментом.

В настоящее время существует большое количество доступных широкому кругу пользователей мощных пакетов прикладных программ, значительно облегчающих процедуру математического моделирования. Одной из таких программ является MatLab.

MatLab состоит как бы из множества подпрограмм таких, как Control System Toolbox (для расчёта систем управления), Signal Processing Toolbox (для обработки сигналов), Image Processing Toolbox (для обработки изображений) и другие. Система MatLab содержит так же мощное средство визуального моделирования динамических систем Simulink.

Данная бакалаврская работа выполнена с широким применением средства визуального программирования Simulink. На основании понятия обобщённого вектора смоделирован реальный асинхронный двигатель в полярной системе координат. Так же смоделированы процессы в асинхронном двигателе с учётом насыщения главной магнитной цепи, проведен анализ полученных результатов.

1. Обобщенный электромеханический преобразователь энергии

1.1 Обобщенный (результатирующий) вектор

Современная теория электрических машин и электропривода строится на основе представления трехфазных электромагнитных величин обобщенными векторами. Это позволяет не только получить компактную запись уравнений, но также строить высокоэффективные системы управления, базирующиеся на векторных понятиях.

В работе [1] для системы линейно независимых трехфазных переменных с позиции векторной алгебры результирующий вектор предложено изначально рассматривать как вектор, определяемый тремя независимыми координатами, т.е. как вектор трехмерного пространства. Тогда обобщенный вектор характеризуется проекциями на оси пространственной (трехмерной) декартовой системы координат, равными мгновенным значениям соответствующих фазных величин. По сути, вместо плоской трехфазной системы координат, принятой в электротехнике, используется трехмерная декартова, поскольку характеризуется четким обоснованием с точки зрения аналитической геометрии и векторной алгебры и обеспечивает математически строгое описание и анализ процессов в многофазных цепях на основе понятия результирующих векторов. Однако при этом теряется связь с традиционно принятыми в электротехнике плоскими координатными системами, имеющими весьма прозрачную физическую интерпретацию. Оси трехфазной плоской координатной системы – суть проекции магнитных осей обмоток трехфазных индукционных источников и потребителей электрической энергии на плоскость их поперечного сечения.

В работах [2, 3] предлагается совместить эти два подхода, введя в соответствие плоской трехфазной системе сигналов u_a , u_b , u_c (рис. 1.1, а)

некоторый пространственный вектор \vec{U} , характеризуемый координатами $u_{\alpha 1}$, $u_{\beta 1}$, $u_{\gamma 1}$ (рис. 1.1, б).

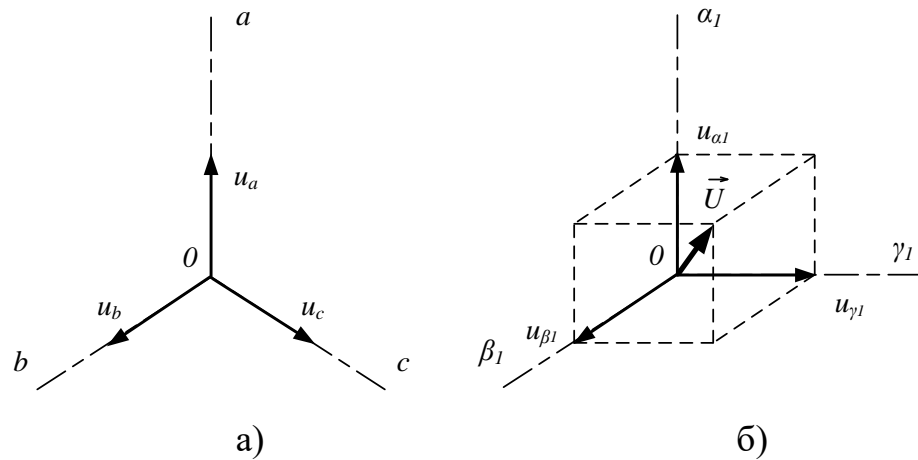


Рисунок 1.1. а) плоская трехфазная система сигналов;

б) пространственный вектор \vec{U} в декартовой системе координат

Для того чтобы вектор \vec{U} однозначно определялся мгновенными значениями трехфазных сигналов, необходимо установить аналитическую связь между ними и координатами вектора \vec{U} , для чего необходимо задать взаимное расположение плоскости трехфазных сигналов и трехмерной системы координат.

Совместим начало координат трехмерной системы с точкой O плоскости, а саму плоскость сориентируем в пространстве таким образом, чтобы нормаль к ней из точки O образовывала с осями α_1 , β_1 , γ_1 равные углы (рис. 1.5). Направляющие косинусы нормали ON при этом равны [4, 5]:

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (1.1.1)$$

При таком положении плоскости отображения на нее осей $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ из любой точки, принадлежащей нормали ON , дают систему трех смещенных относительно друг друга на угол 120° и пересекающихся в точке O осей, т.е. образуют плоскую систему координат a, b, c трехфазных сигналов u_a, u_b, u_c .

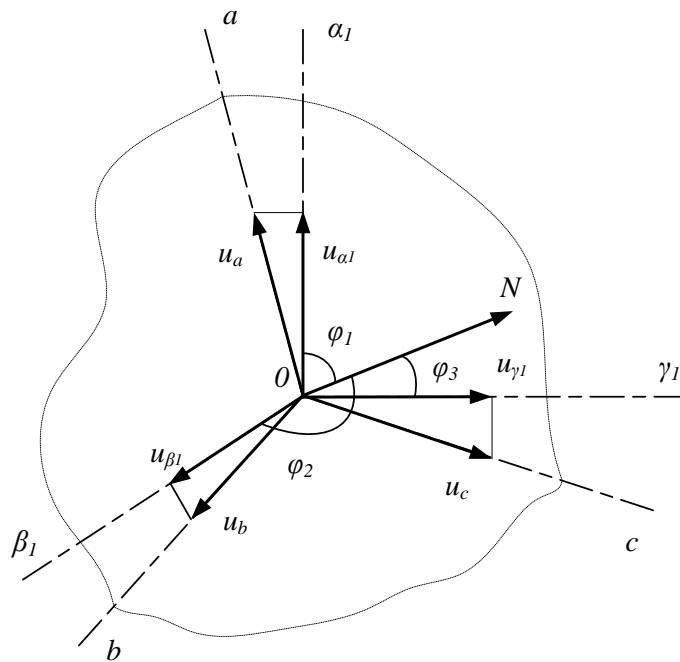


Рисунок 1.2 - Совмещение трехмерной системы координат с плоскостью трехфазных сигналов

Считая, что координаты вектора \vec{U} есть проекции соответствующих фазных величин на оси $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ (см. рис. 1.2), можно записать:

$$\begin{aligned} u_{\alpha 1} &= u_a \cdot \sin \varphi_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot u_a, \\ u_{\beta 1} &= u_b \cdot \sin \varphi_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot u_b, \\ u_{\gamma 1} &= u_c \cdot \sin \varphi_3 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot u_c. \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

Система уравнений (1.1.2) в векторно-матричной форме имеет вид:

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} u_{\alpha 1} \\ u_{\beta 1} \\ u_{\gamma 1} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \mathbf{E} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}, \quad (1.1.3)$$

где $u_{\alpha 1}, u_{\beta 1}, u_{\gamma 1}$ – координаты обобщенного вектора \vec{U} ;

u_a, u_b, u_c – мгновенные значения фазных величин;

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ – множитель, определяемый соотношением $\sin \varphi_i = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_i}$, $i = 1, 2, 3$;

\mathbf{E} – единичная квадратная матрица, каждая строка которой это координаты единичных направляющих векторов осей $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ трехмерного пространства:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.1.4)$$

Рис. 1.2 и уравнения (1.1.2), (1.1.3) показывают физическую сущность представления трехфазной плоской системы сигналов обобщенным пространственным вектором. Однако в практических целях удобнее пользоваться пространственными координатными системами, оси которых ориентированы определенным образом относительно магнитных и геометрических осей индукционных источников и потребителей энергии. Поэтому в качестве базовой целесообразно рассматривать координатную систему α, β, γ , ось α которой совмещена с осью фазы a , а ось γ – с нормалью ON . Тогда ось β будет расположена в плоскости трехфазной системы сигналов под углом $\pi/2$ относительно оси α по направлению чередования фаз (рис. 1.3).

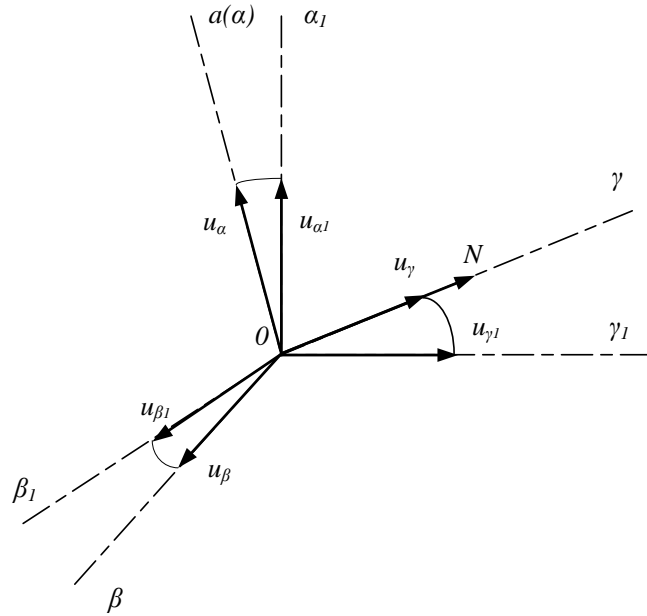


Рисунок 1.3 - Ориентация пространственной системы координат

Таким образом, оси α , β будут расположены в плоскости поперечного сечения (в плоскости магнитных осей) индукционных преобразователей энергии, а ось γ – вдоль оси вала ротора.

Путем несложных геометрических построений можно показать, что координаты вектора \vec{U} в системе α , β , γ связаны с координатами этого вектора в системе α_1 , β_1 , γ_1 следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
 u_{\alpha} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot u_{\alpha 1} - \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot u_{\beta 1} - \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot u_{\gamma 1}, \\
 u_{\beta} &= 0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot u_{\beta 1} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot u_{\gamma 1}, \\
 u_{\gamma} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot u_{\alpha 1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot u_{\beta 1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot u_{\gamma 1}.
 \end{aligned}
 \tag{1.1.5}$$

В векторно-матричной форме система (1.1.5) имеет вид:

$$\vec{U}_{(\alpha,\beta,\gamma)} = \mathbf{A}_1 \vec{U}_{(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)}, \quad (1.1.6)$$

где \mathbf{A}_1 – матрица координатного преобразования вектора \vec{U} из исходной в новую трехмерную систему координат:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}. \quad (1.1.7)$$

Подставив уравнения (1.1.2) в уравнения (1.1.5) можно получить формулы прямого вычисления координат вектора \vec{U} в системе α, β, γ непосредственно по значениям трехфазных сигналов:

$$\begin{aligned} u_\alpha &= \frac{2}{3} \cdot u_a - \frac{1}{3} \cdot u_b - \frac{1}{3} \cdot u_c, \\ u_\beta &= 0 \cdot u_a + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot u_b - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot u_c, \\ u_\gamma &= \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot u_a + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot u_b + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot u_c. \end{aligned} \quad (1.1.8)$$

В векторно-матричной форме система (1.1.8) имеет вид:

$$\vec{U}_{(\alpha,\beta,\gamma)} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}, \quad (1.1.9)$$

где A – матрица прямого координатного преобразования системы трехфазных сигналов в проекции результирующего вектора \vec{U} на оси декартовой трехмерной системы координат α, β, γ :

$$A = \begin{vmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{vmatrix}. \quad (1.1.10)$$

Рассмотренные геометрические построения преобразуют плоскую линейно независимую трехфазную систему сигналов в две подсистемы линейно зависимых сигналов. Первая подсистема одномерная и, с учетом третьего уравнения системы (1.1.8), определяется сигналом u_γ пропорциональным, согласно терминологии принятой в электротехнике [9], составляющей нулевой последовательности $u_\gamma = \sqrt{2}u_0$. Вторая подсистема двухмерная и определяется координатами u_α и u_β , которые характеризуют трехфазную систему сигналов ненулевой последовательности u_{a1}, u_{b1}, u_{c1} . Эти сигналы могут быть определены по первым двум уравнениям системы (1.1.8) после замены в них переменных u_a, u_b, u_c на u_{a1}, u_{b1}, u_{c1} с учетом условия $u_{a1} + u_{b1} + u_{c1} = 0$. Таким образом, проекцию $\vec{U}_{\alpha\beta}$ обобщенного (результирующего) вектора \vec{U} на плоскость поперечного сечения электрической машины правильнее называть обобщенным (результирующим) вектором составляющих ненулевой последовательности трехфазной системы сигналов. Это понятие, по сути, совпадает с общим понятием «результирующий вектор трехфазной системы сигналов» только в частном случае, когда $u_\gamma = \sqrt{2}u_0 = 0$.

1.2 Векторно-матричные уравнения обобщенной трехфазной электрической машины. Применение математического аппарата комплексных функций

Для наиболее общего случая линейно независимой системы трехфазных сигналов, обобщенная машина не может рассматриваться как двумерная модель, так как результирующий вектор характеризуется тремя координатами [1, 6]. В этом случае, обобщенной машине соответствует модель, приведенная на рисунке 1.4.

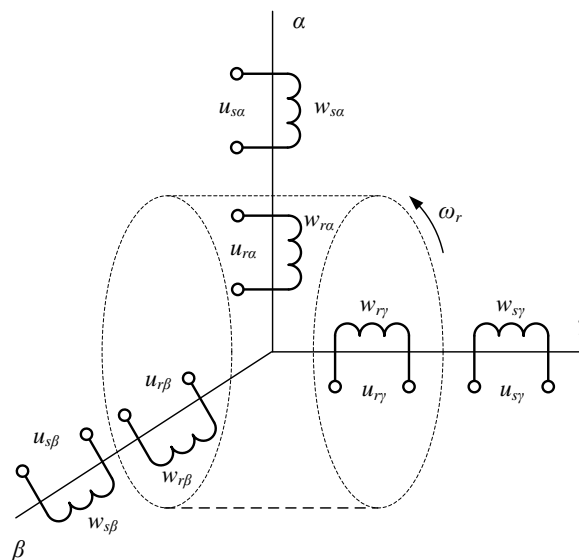


Рисунок 1.4 – Трехмерная модель обобщенной трехфазной машины

Для модели, представленной на рисунке 1.4, уравнения электромагнитных контуров и уравнения связи в векторно-матричной форме будут иметь вид:

$$\vec{U}_s = R_s \cdot \vec{I}_s + \frac{d\vec{\Psi}_s}{dt}, \quad (1.2.1)$$

$$\vec{U}_r = R_r \cdot \vec{I}_r + \frac{d\vec{\Psi}_r}{dt} + \omega_r \cdot B \cdot \vec{\Psi}_r, \quad (1.2.2)$$

$$\vec{\Psi}_s = L_m \cdot \vec{I}_r + L_s \cdot \vec{I}_s, \quad (1.2.3)$$

$$\vec{\Psi}_r = L_m \cdot \vec{I}_s + L_r \cdot \vec{I}_r, \quad (1.2.4)$$

где $\vec{U}_s, \vec{U}_r, \vec{I}_s, \vec{I}_r, \vec{\Psi}_s, \vec{\Psi}_r$ – алгебраические векторы-столбцы, составленные из мгновенных значений проекций обобщенных векторов напряжений, токов и потокосцеплений статора и ротора на оси координатной системы α, β, γ :

$$\vec{U}_s = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{s\gamma} \end{bmatrix}; \vec{I}_s = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{s\gamma} \end{bmatrix}; \vec{\Psi}_s = \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{s\gamma} \end{bmatrix}, \quad (1.2.5)$$

$$\vec{U}_r = \begin{bmatrix} u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \\ u_{r\gamma} \end{bmatrix}; \vec{I}_r = \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ i_{r\gamma} \end{bmatrix}; \vec{\Psi}_r = \begin{bmatrix} \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \\ \psi_{r\gamma} \end{bmatrix}. \quad (1.2.6)$$

R_s, R_r – матрицы активных сопротивлений статора и ротора:

$$R_s = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}; R_r = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix}. \quad (1.2.7)$$

L_s, L_r, L_m – матрицы собственных индуктивностей статора, ротора и взаимной индуктивности статора и ротора:

$$L_s = \begin{bmatrix} l_s & 0 & 0 \\ 0 & l_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s \end{bmatrix}; L_r = \begin{bmatrix} l_r & 0 & 0 \\ 0 & l_r & 0 \\ 0 & 0 & l_r \end{bmatrix}; L_m = \begin{bmatrix} l_m & 0 & 0 \\ 0 & l_m & 0 \\ 0 & 0 & l_m \end{bmatrix}. \quad (1.2.8)$$

B – постоянный матричный коэффициент:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.2.9)$$

Как отмечено в [2, 6, 7], с позиции анализа переходных процессов в асинхронных машинах проекции результирующих векторов на ось γ (продольную ось вала машины), определяемые составляющими нулевой последовательности трехфазных сигналов, образуют автономную структуру. Эта часть модели не связана с остальной частью полной математической модели обобщенной машины и не зависит ни от вида, ни от скорости вращения координатной системы вокруг оси γ и не участвует в формировании электромагнитного момента. Следовательно, эту часть модели можно учитывать отдельно, либо не учитывать вовсе. В этом случае все внешние воздействия и переменные состояния электромагнитных контуров представляют собой, в сущности, не трехмерные, а двумерные векторы. Удобным для построения моделей в таком случае является математический аппарат комплексных функций.

Введем взамен двумерных векторов напряжений, токов и потокосцеплений соответствующие им комплексные переменные:

$$\begin{cases} \vec{u} = u_{\alpha} + j \cdot u_{\beta}, \\ \vec{i} = i_{\alpha} + j \cdot i_{\beta}, \\ \vec{\psi} = \psi_{\alpha} + j \cdot \psi_{\beta}. \end{cases} \quad (1.2.10)$$

С учетом (1.2.10) векторно-матричные уравнения асинхронной машины можно поставить в соответствие систему комплексных уравнений:

$$\begin{aligned}
\vec{u}_s &= r_s \cdot \vec{i}_s + p\vec{\psi}_s, \\
\vec{u}_r &= r_r \cdot \vec{i}_r - j \cdot \omega_r \cdot \vec{\psi}_r + p\vec{\psi}_r, \\
\vec{\psi}_s &= l_m \cdot \vec{i}_r + l_s \cdot \vec{i}_s, \\
\vec{\psi}_r &= l_m \cdot \vec{i}_s + l_r \cdot \vec{i}_r.
\end{aligned}
\tag{1.2.11}$$

где p – символ дифференцирования.

Следует отметить, что система (1.2.11) записана для заторможенной машины в неподвижной относительно статора системе координат α, β . В этом случае на выводы обмоток должны поступать синусоидальные сигналы. Однако при анализе электромагнитных переходных процессов в машинах переменного тока гораздо удобнее пользоваться системой координат x, y , вращающейся с произвольной скоростью ω_k [1, 7, 8]. Обозначим угол, указывающий положение вращающейся системы координат относительно неподвижной, через θ_k (рисунок 1.5).

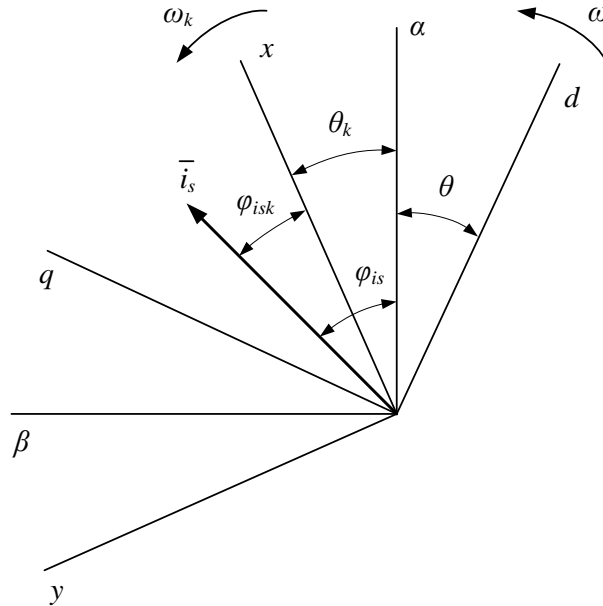


Рисунок 1.5 – Преобразование координат вектора \vec{i}_s

Как известно из математики, вектор на комплексной плоскости характеризуется модулем и углом (аргументом) относительно действительной оси [4]. Рассмотрим вектор \vec{l}_s , положение которого в неподвижной системе координат определяется углом φ_{is} :

$$\vec{l}_s = l_s \cdot e^{j\varphi_{is}}. \quad (1.2.12)$$

Положение этого же вектора во вращающейся системе координат характеризуется углом $\varphi_{isk} = \varphi_{is} - \theta_k$ (рисунок 1.5). Тогда:

$$\vec{l}_{sk} = l_s \cdot e^{j(\varphi_{is} - \theta_k)} = l_s \cdot e^{j\varphi_{is}} \cdot e^{-j\theta_k}. \quad (1.2.13)$$

Сравнив выражения (1.2.12) и (1.2.13), получим выражения преобразования векторов из неподвижной системы координат во вращающуюся и обратно:

$$\vec{l}_{sk} = \vec{l}_s \cdot e^{-j\theta_k}, \quad (1.2.14)$$

$$\vec{l}_s = \vec{l}_{sk} \cdot e^{j\theta_k}. \quad (1.2.15)$$

Приведем уравнения системы (1.2.11) к вращающейся системе координат, для чего необходимо умножить их правые и левые части на $e^{-j\theta_k}$. В итоге, получим:

$$\bar{u}_s \cdot e^{-j\theta_k} = r_s \cdot \bar{i}_s \cdot e^{-j\theta_k} + e^{-j\theta_k} \cdot \frac{d\bar{\psi}_s}{dt}, \quad (1.2.16)$$

$$\bar{u}_r \cdot e^{-j\theta_k} = r_r \cdot \bar{i}_r \cdot e^{-j\theta_k} - j \cdot \omega_r \cdot \bar{\psi}_r \cdot e^{-j\theta_k} + e^{-j\theta_k} \cdot \frac{d\bar{\psi}_r}{dt}. \quad (1.2.17)$$

Преобразуем выражения (1.2.16) – (1.2.17) взяв необходимые производные, с учетом:

$$\bar{\psi}_s = \bar{\psi}_{sk} \cdot e^{j\theta_k}, \quad \bar{\psi}_r = \bar{\psi}_{rk} \cdot e^{j\theta_k}; \quad \bar{u}_s \cdot e^{-j\theta_k} = \bar{u}_{sk}, \quad \bar{u}_r \cdot e^{-j\theta_k} = \bar{u}_{rk}, \quad (1.2.18)$$

$$\bar{i}_s \cdot e^{-j\theta_k} = \bar{i}_{sk}, \quad \bar{i}_r \cdot e^{-j\theta_k} = \bar{i}_{rk}; \quad \frac{d\theta_k}{dt} = \omega_k. \quad (1.2.19)$$

В итоге получим:

$$\bar{u}_{sk} = \bar{i}_{sk} \cdot r_s + j \cdot \omega_k \cdot \bar{\psi}_{sk} + \frac{d\bar{\psi}_{sk}}{dt}, \quad (1.2.20)$$

$$\bar{u}_{rk} = \bar{i}_{rk} \cdot r_r + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \bar{\psi}_{rk} + \frac{d\bar{\psi}_{rk}}{dt}. \quad (1.2.21)$$

Уравнения связи, после аналогичных преобразований, приобретают вид:

$$\bar{\psi}_{sk} = l_m \cdot \bar{i}_{rk} + l_s \cdot \bar{i}_{sk}, \quad (1.2.22)$$

$$\bar{\psi}_{rk} = l_m \cdot \bar{i}_{sk} + l_r \cdot \bar{i}_{rk}. \quad (1.2.23)$$

Комплексные уравнения (1.2.20) – (1.2.23) описывают обобщенную электрическую машину во вращающейся системе координат. В дальнейшем, индекс k при комплексных переменных будем опускать, априори полагая, что все модели рассматриваются во вращающейся с произвольной скоростью системе координат.

При рассмотрении математической модели асинхронной машины с короткозамкнутым ротором, принимается $\vec{u}_r = 0$. Для этого случая система уравнений электромагнитных контуров примет вид:

$$\begin{aligned}
\vec{u}_s &= r_s \cdot \vec{i}_s + j \cdot w_k \cdot \vec{\psi}_s + p\vec{\psi}_s, \\
0 &= r_r \cdot \vec{i}_r - j \cdot (w_k - w) \cdot \vec{\psi}_r + p\vec{\psi}_r, \\
\vec{\psi}_s &= l_m \cdot \vec{i}_r + l_s \cdot \vec{i}_s, \\
\vec{\psi}_r &= l_m \cdot \vec{i}_s + l_r \cdot \vec{i}_r.
\end{aligned}
\tag{1.2.24}$$

В итоге, без потери общности рассуждений, мы перешли от уравнений (1.2.1) – (1.2.4) к системе уравнений (1.2.24). При этом координатные преобразования имеют гораздо менее громоздкий вид, большую физическую наглядность и легкость геометрической интерпретации. Дифференциальные уравнения также представлены в более простом виде, по сравнению с векторно-матричными уравнениями, приведенными в [7, 8]. Таким образом, использование аппарата комплексных функций значительно упрощает вид моделей и их анализ.

1.3 Общая формула электромагнитного момента. Уравнение движения

Для получения полной математической модели электрической машины как электромеханического преобразователя энергии уравнения электромагнитных контуров необходимо дополнить уравнениями электромагнитного момента и механического движения ротора.

Уравнение движения можно получить, учитывая общие законы механики [9], согласно которым электромагнитный момент m_ε , передаваемый на вал, уравнивается моментом статического сопротивления m_c и моментом динамическим $m_{\text{дин}}$:

$$m_\varepsilon = m_c + m_{\text{дин}}. \tag{1.3.1}$$

Момент динамический является, в свою очередь, функцией скорости w вращения ротора и приведенного момента инерции J на валу двигателя:

$$m_{\text{дин}} = Jpw, \quad (1.3.2)$$

где p – символ дифференцирования.

Момент статический по отношению к электрической машине – внешняя координата, которая практически полностью (за вычетом внутренних механических потерь в двигателе) определяется характеристиками приводимого в движение этой машиной рабочего механизма.

Момент динамический, а точнее приведенный к валу двигателя суммарный момент инерции, так же в значительной мере зависит от характеристик рабочего механизма.

Таким образом, уравнение механического движения ротора может быть однозначно определено только с учетом динамических и статических свойств конкретного механизма приводимого в движение электрической машиной.

Поэтому в настоящей работе, при рассмотрении электрической машины как объекта исследования, момент статический считается величиной заданной, определяемой условиями конкретного исследования. Приведенный к валу суммарный момент инерции принимается величиной постоянной, равной или кратной моменту инерции ротора.

Тогда уравнение движения приобретает вид:

$$Jpw = m_{\text{э}} - m_{\text{с}}. \quad (1.3.3)$$

2 Математические модели и структурные схемы асинхронного двигателя в полярной системе координат

2.1 Математическое описание двигателя в полных переменных

Система комплексных уравнений АД в полных переменных:

$$\begin{aligned}\bar{u}_s &= r_s \cdot \bar{i}_s + j \cdot \omega_k \cdot \bar{\psi}_s + p \bar{\psi}_s; \\ 0 &= r_r \cdot \bar{i}_r + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \bar{\psi}_r + p \bar{\psi}_r; \\ \bar{\psi}_s &= l_s \cdot \bar{i}_s + l_m \cdot \bar{i}_r; \\ \bar{\psi}_r &= l_m \cdot \bar{i}_s + l_r \cdot \bar{i}_r,\end{aligned}\tag{2.1.1}$$

где l_s — полная индуктивность статора асинхронной машины;
 l_r — полная индуктивность ротора асинхронной машины;
 l_m — взаимная индуктивность статора и ротора;
 p — символ дифференцирования.

$$l_s = l_{\sigma s} + l_m, \tag{2.1.2}$$

$$l_r = l_{\sigma r} + l_m, \tag{2.1.3}$$

где $l_{\sigma s}$ и $l_{\sigma r}$ — индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора.

Результирующие векторы, входящие в уравнение (2.1.1), представим в виде проекций:

$$\begin{aligned}\vec{u}_s &= u_s \cdot e^{j\varphi_{u_s}} = u_s (\cos \varphi_{u_s} + j \sin \varphi_{u_s}) \\ \vec{\psi}_s &= \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi_s}} = \psi_s (\cos \varphi_{\psi_s} + j \sin \varphi_{\psi_s}) \\ \vec{\psi}_r &= \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi_r}} = \psi_r (\cos \varphi_{\psi_r} + j \sin \varphi_{\psi_r}) \\ \vec{i}_s &= i_s \cdot e^{j\varphi_{i_s}} = i_s (\cos \varphi_{i_s} + j \sin \varphi_{i_s}) \\ \vec{i}_r &= i_r \cdot e^{j\varphi_{i_r}} = i_r (\cos \varphi_{i_r} + j \sin \varphi_{i_r})\end{aligned}\tag{2.1.4}$$

Подставим в уравнения (2.1.1) комплексные переменные в показательной форме:

$$\begin{aligned}
 u_s \cdot e^{j\varphi_{u_s}} &= r_s \cdot i_s \cdot e^{j\varphi_{i_s}} + j \cdot \omega_k \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi_s}} + \frac{d}{dt} \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi_s}}; \\
 0 &= r_r \cdot i_r \cdot e^{j\varphi_{i_r}} + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi_r}} + \frac{d}{dt} \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi_r}}; \\
 \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi_s}} &= l_s \cdot i_s \cdot e^{j\varphi_{i_s}} + l_m \cdot i_r \cdot e^{j\varphi_{i_r}}; \\
 \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi_r}} &= l_m \cdot i_s \cdot e^{j\varphi_{i_s}} + l_r \cdot i_r \cdot e^{j\varphi_{i_r}},
 \end{aligned} \tag{2.1.5}$$

В дифференциальных уравнениях электромагнитных контуров системы уравнений (2.1.5) вычислим производные. Потом в первом уравнении левую и правую части поделим на $e^{j\varphi_{\psi_s}}$, а во втором – на $e^{j\varphi_{\psi_r}}$. Перейдя к тригонометрической форме записи комплексных переменных. Выделим и запишем отдельно в полученных уравнениях вещественные и мнимые составляющие:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\psi_s}{dt} &= u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}) - r_s \cdot i_s \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}), \\
 \frac{d\varphi_{\psi_s}}{dt} &= \frac{u_s \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s})}{\psi_s} - \frac{r_s \cdot i_s \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s})}{\psi_s} - \omega_k, \\
 \frac{d\psi_r}{dt} &= -r_r \cdot i_r \cos(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r}), \\
 \frac{d\varphi_{\psi_r}}{dt} &= \frac{-r_r \cdot i_r \sin(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r})}{\psi_r} - (\omega_k - \omega)
 \end{aligned} \tag{2.1.6}$$

Вещественные и мнимые компоненты векторов тока статора i_s и ротора i_r определим выразив их, с помощью уравнений связи (2.1.5), через вещественные и мнимые компоненты векторов потокосцепления статора ψ_s и ротора ψ_r :

$$\begin{aligned}
i_s \cos \varphi_{i_s} &= \left(\frac{l'_r + k_s \cdot l_m}{l_s \cdot l'_r} \right) \cdot \psi_s \cdot \cos \varphi_{i_s} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \cos \varphi_{\psi_r}; \\
i_s \sin \varphi_{i_s} &= \left(\frac{l'_r + k_s \cdot l_m}{l_s \cdot l'_r} \right) \cdot \psi_s \cdot \sin \varphi_{i_s} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \sin \varphi_{\psi_r}; \\
i_r \cdot \cos \varphi_{i_r} &= \frac{1}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \cos \varphi_{\psi_r} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_s \cdot \cos \varphi_{i_s}; \\
i_r \cdot \sin \varphi_{i_r} &= \frac{1}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \sin \varphi_{\psi_r} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_s \cdot \sin \varphi_{i_s}
\end{aligned} \tag{2.1.7}$$

Для определения компонентов уравнений (2.1.6), содержащих тригонометрические функции от разностей аргументов результирующих векторов, воспользуемся соотношениями:

$$\begin{aligned}
u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}) &= u_s (\cos \varphi_{u_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} + \sin \varphi_{u_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}), \\
u_s \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}) &= u_s (\sin \varphi_{u_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} - \cos \varphi_{u_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}), \\
i_s \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}) &= i_s \cos \varphi_{i_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} + i_s \sin \varphi_{i_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}, \\
i_s \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}) &= i_s \sin \varphi_{i_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} - i_s \cos \varphi_{i_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}, \\
i_r \cos(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r}) &= i_r \cos \varphi_{i_r} \cdot \cos \varphi_{\psi_r} + i_r \sin \varphi_{i_r} \cdot \sin \varphi_{\psi_r}, \\
i_r \sin(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r}) &= i_r \sin \varphi_{i_r} \cdot \cos \varphi_{\psi_r} - i_r \cos \varphi_{i_r} \cdot \sin \varphi_{\psi_r}
\end{aligned} \tag{2.1.7}$$

Формулы электромагнитного момента в относительных единицах для машины с короткозамкнутым ротором и постоянными параметрами через комплексные переменные имеют вид:

$$\begin{aligned}
m_{\mathcal{D}} &= l_m \cdot \text{Im} [\bar{i}_s \cdot \dot{i}_r]; & m_{\mathcal{D}} &= \text{Im} [\bar{i}_s \cdot \dot{\bar{\psi}}_s]; \\
m_{\mathcal{D}} &= \frac{k_r}{l'_s} \cdot \text{Im} [\bar{\psi}_s \cdot \dot{\bar{\psi}}_r]; & m_{\mathcal{D}} &= k_r \cdot \text{Im} [\bar{i}_s \cdot \dot{\bar{\psi}}_r]; \\
m_{\mathcal{D}} &= \text{Im} [\dot{\bar{i}}_r \cdot \bar{\psi}_r]; & m_{\mathcal{D}} &= k_s \cdot \text{Im} [\dot{\bar{i}}_r \cdot \bar{\psi}_s].
\end{aligned} \tag{2.1.8}$$

где $\dot{\bar{i}}_r, \dot{\bar{\psi}}_s, \dot{\bar{\psi}}_r$ - комплексно-сопряженные с $\bar{i}_r, \bar{\psi}_s, \bar{\psi}_r$ переменными соответственно.

Проекции уравнений (2.1.5) имеют следующий вид:

$$m_{\Delta} = l_m \cdot i_s \cdot i_r \cdot \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{i_r})$$

$$m_{\Delta} = i_s \cdot \psi_s \cdot \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s})$$

$$m_{\Delta} = \frac{k_r}{l'_s} \psi_s \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r})$$

$$m_{\Delta} = k_r \cdot i_s \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r})$$

$$m_{\Delta} = i_r \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{\psi_r} - \varphi_{i_r})$$

$$m_{\Delta} = k_s \cdot i_r \cdot \psi_s \cdot \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{i_r})$$

Уравнение движения остается без изменений:

$$Jp\omega = m_{\Delta} - m_c.$$

2.2 Уравнения и структурные схемы в переменных $\bar{\psi}_s, \bar{\psi}_r$

Преобразуем первые два выражения системы (2.1.1) так, чтобы в них в качестве неизвестных фигурировали только потокосцепления. Для этого, из третьего уравнения системы (2.1.1) выразим ток статора, а из четвертого уравнения системы (2.1.1) ток ротора:

$$\bar{i}_s = \frac{l}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{l_m}{l_s} \cdot \bar{i}_r, \quad (2.1.9)$$

$$\bar{i}_r = \frac{l}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{l_m}{l_r} \cdot \bar{i}_s. \quad (2.1.10)$$

Далее уравнение (2.1.5) подставим в уравнение (2.1.6):

$$\bar{i}_r = \frac{l}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{l_m}{l_r} \cdot \left(\frac{l}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{l_m}{l_s} \cdot \bar{i}_r \right), \quad (2.1.11)$$

Раскроем скобки и перенесем члены, содержащие \bar{i}_r в левую часть выражения, а оставшиеся в правую:

$$\bar{i}_r - \frac{l_m^2}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{i}_r = \frac{l}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{l_m}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_s, \quad (2.1.12)$$

$$\bar{i}_r \left(1 - \frac{l_m^2}{l_r \cdot l_s} \right) = \frac{l}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{l_m}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_s. \quad (2.1.13)$$

Введем обозначение $\sigma = 1 - l_m^2 / l_s \cdot l_r$ – полный коэффициент рассеяния машины. Преобразуем выражение (2.1.13):

$$\sigma \cdot \bar{i}_r = \frac{l}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{l_m}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_s, \quad (2.1.14)$$

$$\bar{i}_r = \frac{l}{\sigma \cdot l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{l_m}{\sigma \cdot l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_s. \quad (2.1.15)$$

Аналогично преобразуем выражение (2.1.5) подставив в него выражение (2.1.6):

$$\bar{i}_s = \frac{l}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{l_m}{l_s} \cdot \left(\frac{l}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{l_m}{l_r} \cdot \bar{i}_s \right). \quad (2.1.16)$$

Раскроем скобки и перенесем члены, содержащие \bar{i}_s в левую часть выражения, а оставшиеся в правую:

$$\bar{i}_s - \frac{l_m^2}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{i}_s = \frac{l}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{l_m}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_r, \quad (2.1.17)$$

$$\bar{i}_s \left(1 - \frac{l_m^2}{l_r \cdot l_s} \right) = \frac{l}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{l_m}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_r. \quad (2.1.18)$$

Преобразуем выражение (2.1.18):

$$\sigma \cdot \bar{i}_s = \frac{l}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{l_m}{l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_r, \quad (2.1.19)$$

$$\bar{i}_s = \frac{l}{\sigma \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{l_m}{\sigma \cdot l_r \cdot l_s} \cdot \bar{\psi}_r. \quad (2.1.20)$$

Перепишем выражения (2.1.15) и (2.1.20), используя обозначения, принятые в приложениях В, Г. Тогда:

$$\bar{i}_s = \frac{l}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{k_r}{l_s} \cdot \bar{\psi}_r, \quad (2.1.21)$$

$$\bar{i}_r = -\frac{k_s}{l_r} \cdot \bar{\psi}_s + \frac{l}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r. \quad (2.1.22)$$

Далее подставим полученные выражения для токов в первые два уравнения системы (2.1.1), и, преобразовав, получим:

$$\bar{u}_s = \frac{r_s}{l_s} \cdot \bar{\psi}_s - \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \bar{\psi}_r + j \cdot \omega_k \cdot \bar{\psi}_s + p \bar{\psi}_s, \quad (2.1.23)$$

$$0 = \frac{r_r}{l_r} \cdot \bar{\psi}_r - \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \bar{\psi}_s + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \bar{\psi}_r + p \bar{\psi}_r, \quad (2.1.24)$$

Перепишем уравнения (2.1.23) и (2.1.24), представив комплексные переменные машины в показательной форме:

$$u_s \cdot e^{j\varphi_{us}} = \frac{r_s}{l_s} \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} - \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} + j \cdot \omega_k \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} + p(\psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}}), \quad (2.1.25)$$

$$0 = \frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} - \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} + p(\psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}}). \quad (2.1.26)$$

Пользуясь правилами дифференцирования, в частности, правилами дифференцирования произведений и сложных функций (в качестве примера рассмотрим разложение комплексного потокосцепления статора):

$$p(\psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}}) = p\psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} + j \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} \cdot p\varphi_{\psi s} \quad (2.1.27)$$

Распишем последние члены выражений (2.1.25) и (2.1.26) в виде:

$$u_s \cdot e^{j\varphi_{us}} = \frac{r_s}{l_s} \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} - \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} + j \cdot \omega_k \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} + p\psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} + j \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} \cdot p\varphi_{\psi s}, \quad (2.1.28)$$

$$0 = \frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} - \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi s}} + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} + p\psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} + j \cdot \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi r}} \cdot p\varphi_{\psi r}. \quad (2.1.29)$$

Разделим обе части выражения (2.1.28) на $e^{j\varphi_{\psi s}}$, а обе части выражения (2.1.29) на $e^{j\varphi_{\psi r}}$, и получим:

$$u_s \cdot e^{j(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s})} = \frac{r_s}{l_s} \cdot \psi_s - \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot e^{j(\varphi_{\psi r} - \varphi_{\psi s})} + j \cdot \omega_k \cdot \psi_s + p\psi_s + j \cdot \psi_s \cdot p\varphi_{\psi s}, \quad (2.1.30)$$

$$0 = \frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r - \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot e^{j(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r})} + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \psi_r + p\psi_r + j \cdot \psi_r \cdot p\varphi_{\psi r}. \quad (2.1.31)$$

Перепишем уравнение (2.1.30) и (2.1.31), представив комплексные переменные в тригонометрической форме:

$$u_s \cdot \left(\cos(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}) + j \cdot \sin(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}) \right) = \frac{r_s}{l_s} \cdot \psi_s + p\psi_s + j \cdot \psi_s \cdot p\varphi_{\psi s} - \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot \left(\cos(\varphi_{\psi r} - \varphi_{\psi s}) + j \cdot \sin(\varphi_{\psi r} - \varphi_{\psi s}) \right) + j \cdot \omega_k \cdot \psi_s, \quad (2.1.32)$$

$$0 = \frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r - \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot \left(\cos(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) + j \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) \right) + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \psi_r + p\psi_r + j \cdot \psi_r \cdot p\varphi_{\psi r}. \quad (2.1.33)$$

Преобразуем уравнения (2.1.32) – (2.1.33), раскрыв скобки, и разделим оба выражения на действительные и мнимые части:

$$u_s \cdot \cos(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}) = \frac{r_s}{l_s} \cdot \psi_s - \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot \cos(\varphi_{\psi r} - \varphi_{\psi s}) + p\psi_s, \quad (2.1.34)$$

$$0 = \frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r - \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot \cos(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) + p\psi_r, \quad (2.1.35)$$

$$u_s \cdot \sin(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}) = - \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{\psi r} - \varphi_{\psi s}) + \omega_k \cdot \psi_s + \psi_s \cdot p\varphi_{\psi s}, \quad (2.1.36)$$

$$0 = - \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) + (\omega_k - \omega) \cdot \psi_r + \psi_r \cdot p\varphi_{\psi r}. \quad (2.1.37)$$

В выражениях (2.1.34) – (2.1.37) наблюдается определенная закономерность: выражения действительных частей содержат только производные модулей комплексных переменных, и не содержат производных аргументов. Равно и наоборот: выражения мнимых частей содержат только производные аргументов, и не содержат производных модулей.

Перепишем выражения (2.1.34) – (2.1.37) в более удобном виде, выразив производные переменных, при этом также преобразуем аргументы тригонометрических функций (получим в аргументах \cos и \sin следующие разности: $(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}$ и $\varphi_{us} - \varphi_{\psi s})$):

$$p\psi_s = -\frac{r_s}{l_s} \cdot \psi_s + \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot \cos(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) + u_s \cdot \cos(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}), \quad (2.1.38)$$

$$p\varphi_{\psi s} = -\frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \frac{\psi_r}{\psi_s} \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) - \omega_k + \frac{u_s}{\psi_s} \cdot \sin(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}), \quad (2.1.39)$$

$$p\psi_r = -\frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r + \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot \cos(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}), \quad (2.1.40)$$

$$p\varphi_{\psi r} = \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \frac{\psi_s}{\psi_r} \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) - \omega_k + \omega. \quad (2.1.41)$$

Остается лишь дополнить полученную систему уравнениям электромагнитного момента и уравнением движения. В данном случае получим:

$$m_{\mathcal{D}} = \frac{k_r}{l_s} \cdot [\bar{\psi}_s \cdot \bar{\psi}_r], \quad (2.1.42)$$

$$m_{\mathcal{D}} = \frac{k_r}{l_s} \cdot \psi_s \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}). \quad (2.1.43)$$

Теперь можно записать готовую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} p\psi_s &= -\frac{r_s}{l_s} \cdot \psi_s + \frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \psi_r \cdot \cos(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) + u_s \cdot \cos(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}), \\ p\varphi_{\psi s} &= -\frac{k_r \cdot r_s}{l_s} \cdot \frac{\psi_r}{\psi_s} \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) - \omega_k + \frac{u_s}{\psi_s} \cdot \sin(\varphi_{us} - \varphi_{\psi s}), \\ p\psi_r &= -\frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r + \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \psi_s \cdot \cos(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}), \\ p\varphi_{\psi r} &= \frac{k_s \cdot r_r}{l_r} \cdot \frac{\psi_s}{\psi_r} \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}) - \omega_k + \omega, \\ m_{\mathcal{D}} &= \frac{k_r}{l_s} \cdot \psi_s \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{\psi s} - \varphi_{\psi r}), \\ Jp\omega &= m_{\mathcal{D}} - m_C. \end{aligned} \quad (2.1.44)$$

На основании системы (2.1.44) составляется структурная схема математической модели асинхронного двигателя в полярных координатах, представленная на рисунке 2.1.

2.3 Уравнения и структурные схемы в переменных $\bar{i}_s, \bar{\psi}_r$

Преобразования уравнений будут аналогичны приведенным в пункте 2.1.2. Представим лишь некоторые основные промежуточные выражения и результаты преобразований.

Первые два уравнения системы (2.1.1) преобразуем таким образом, чтобы в них в качестве переменных фигурировали только ток статора и потокосцепление ротора. Выразим из уравнений связи ток ротора и потокосцепление статора:

$$\bar{i}_r = \frac{l}{l_r} \bar{\psi}_r - k_r \bar{i}_s, \quad (2.1.45)$$

$$\bar{\psi}_s = k_r \bar{\psi}_r + l'_s \bar{i}_s. \quad (2.1.46)$$

Перепишем первые два уравнения системы (2.1.1) с учетом полученных выше выражений (2.1.31) и (2.2.32):

$$\bar{u}_s = r_s \bar{i}_s + j \cdot k_r \cdot \omega_k \bar{\psi}_r + j \cdot l'_s \cdot \omega_k \bar{i}_s + p(k_r \bar{\psi}_r + l'_s \bar{i}_s), \quad (2.1.47)$$

$$0 = \frac{r_r}{l_r} \bar{\psi}_r - k_r r_r \bar{i}_s + j \cdot (\omega_k - \omega) \bar{\psi}_r + p \bar{\psi}_r. \quad (2.1.48)$$

Далее представим переменные машины в показательной форме и продифференцируем последний член в выражении (2.1.47). После этого разделим обе части выражения (2.1.43) на $e^{j\varphi_{is}}$, а обе части выражения (2.1.48) на $e^{j\varphi_{\psi r}}$.

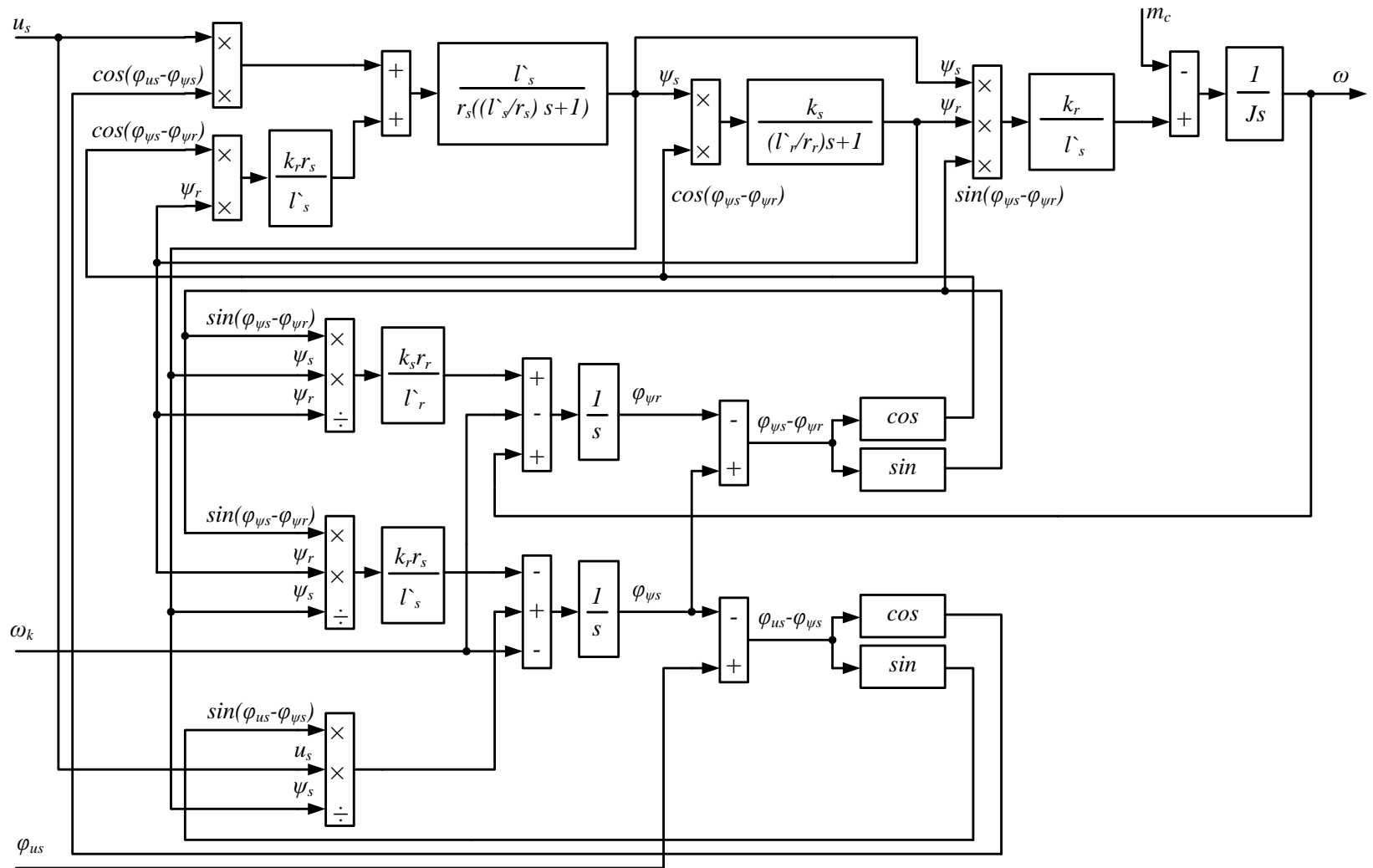


Рисунок 2.1 – Структурная схема математической модели АМ в переменных $\bar{\psi}_s, \bar{\psi}_r$.

В полученных выражениях представим переменные в тригонометрической форме, и получим:

$$\begin{aligned}
 u_s \cdot (\cos(\varphi_{us} - \varphi_{is}) + j \cdot \sin(\varphi_{us} - \varphi_{is})) = & r_s \cdot i_s + j \cdot l_s' \cdot \omega_k \cdot i_s + l_s' \cdot p i_s + j \cdot l_s' \cdot i_s \cdot p \varphi_{is} + \\
 & + j \cdot k_r \cdot \omega_k \cdot \psi_r \cdot (\cos(\varphi_{\psi r} - \varphi_{is}) + j \cdot \sin(\varphi_{\psi r} - \varphi_{is})) + \\
 & + k_r \cdot p \psi_r \cdot (\cos(\varphi_{\psi r} - \varphi_{is}) + j \cdot \sin(\varphi_{\psi r} - \varphi_{is})) + \\
 & + j \cdot k_r \cdot \psi_r \cdot p \varphi_{\psi r} \cdot (\cos(\varphi_{\psi r} - \varphi_{is}) + j \cdot \sin(\varphi_{\psi r} - \varphi_{is})), \quad (2.1.49)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r - k_r \cdot r_r \cdot i_s \cdot (\cos(\varphi_{is} - \varphi_{\psi r}) + j \cdot \sin(\varphi_{is} - \varphi_{\psi r})) + \\
 & + j \cdot (\omega_k - \omega) \cdot \psi_r + p \psi_r + j \cdot \psi_r \cdot p \varphi_{\psi r}. \quad (2.1.50)
 \end{aligned}$$

В выражении (2.1.49) кроме производной модуля и аргумента вектора тока статора фигурируют производные модуля и аргумента вектора потокосцепления ротора. В выражении (2.1.50) присутствуют только производные потокосцепления ротора. Удобно, воспользовавшись особенностью разделения выражений на действительную и мнимую части, выразить из выражения (2.1.50) производные модуля и аргумента потокосцепления ротора, а затем подставить их в выражения, полученные разделением (2.1.49) на действительную и мнимую части. В результате, после описанных преобразований, получим:

$$\begin{aligned}
 p i_s = & - \left(\frac{r_s}{l_s'} + \frac{k_s \cdot k_r \cdot r_r}{l_r'} \right) \cdot i_s + \frac{k_r \cdot r_r}{l_s' \cdot l_r} \cdot \psi_r \cdot \cos(\varphi_{is} - \varphi_{\psi r}) - \frac{k_s}{l_r'} \cdot \omega \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{is} - \varphi_{\psi r}) + \\
 & + \frac{l}{l_s'} \cdot u_s \cdot \cos(\varphi_{us} - \varphi_{is}), \quad (2.1.51)
 \end{aligned}$$

$$p \psi_r = - \frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r + k_r \cdot r_r \cdot i_s \cdot \cos(\varphi_{is} - \varphi_{\psi r}), \quad (2.1.52)$$

$$p \varphi_{is} = - \frac{k_r \cdot r_r}{l_r' \cdot l_r} \cdot \frac{\psi_r}{i_s} \cdot \sin(\varphi_{is} - \varphi_{\psi r}) - \omega_k - \frac{k_s}{l_r} \cdot \omega \cdot \frac{\psi_r}{i_s} \cdot \cos(\varphi_{is} - \varphi_{\psi r}) +$$

$$+\frac{l}{l_s} \cdot \frac{u_s}{i_s} \cdot \sin(\varphi_{us}-\varphi_{is}), \quad (2.1.53)$$

$$p\varphi_{\psi r}=k_r \cdot r_r \cdot \frac{i_s}{\psi_r} \cdot \sin(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r})-\omega_k+\omega. \quad (2.1.54)$$

Уравнение момента для данного сочетания переменных имеет вид [10,11,12]:

$$m_{\mathcal{D}}=k_r \cdot [\bar{i}_s \cdot \bar{\psi}_r], \quad (2.1.55)$$

$$m_{\mathcal{D}}=k_r \cdot i_s \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}). \quad (2.1.56)$$

Дополним приведенные выше выражения уравнением движения, и получим итоговую систему уравнений:

$$\begin{aligned} p i_s &= -\left(\frac{r_s}{l_s} + \frac{k_s \cdot k_r \cdot r_r}{l_r}\right) \cdot i_s + \frac{k_s \cdot r_r}{l_r \cdot l_r} \cdot \psi_r \cdot \cos(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}) - \frac{k_s}{l_r} \cdot \omega \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}) + \\ &+ \frac{l}{l_s} \cdot u_s \cdot \cos(\varphi_{us}-\varphi_{is}), \\ p \varphi_{is} &= -\frac{k_s \cdot r_r}{l_r \cdot l_r} \cdot \frac{\psi_r}{i_s} \cdot \sin(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}) - \omega_k - \frac{k_s}{l_r} \cdot \omega \cdot \frac{\psi_r}{i_s} \cdot \cos(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}) + \\ &+ \frac{l}{l_s} \cdot \frac{u_s}{i_s} \cdot \sin(\varphi_{us}-\varphi_{is}), \\ p \psi_r &= -\frac{r_r}{l_r} \cdot \psi_r + k_r \cdot r_r \cdot i_s \cdot \cos(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}), \\ p \varphi_{\psi r} &= k_r \cdot r_r \cdot \frac{i_s}{\psi_r} \cdot \sin(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}) - \omega_k + \omega, \\ m_{\mathcal{D}} &= k_r \cdot i_s \cdot \psi_r \cdot \sin(\varphi_{is}-\varphi_{\psi r}), \\ \hookrightarrow J p \omega &= m_{\mathcal{D}} - m_C. \end{aligned} \quad (2.1.57)$$

На основании системы (2.1.57) составляется структурная схема модели, представленная на рисунке 2.2.

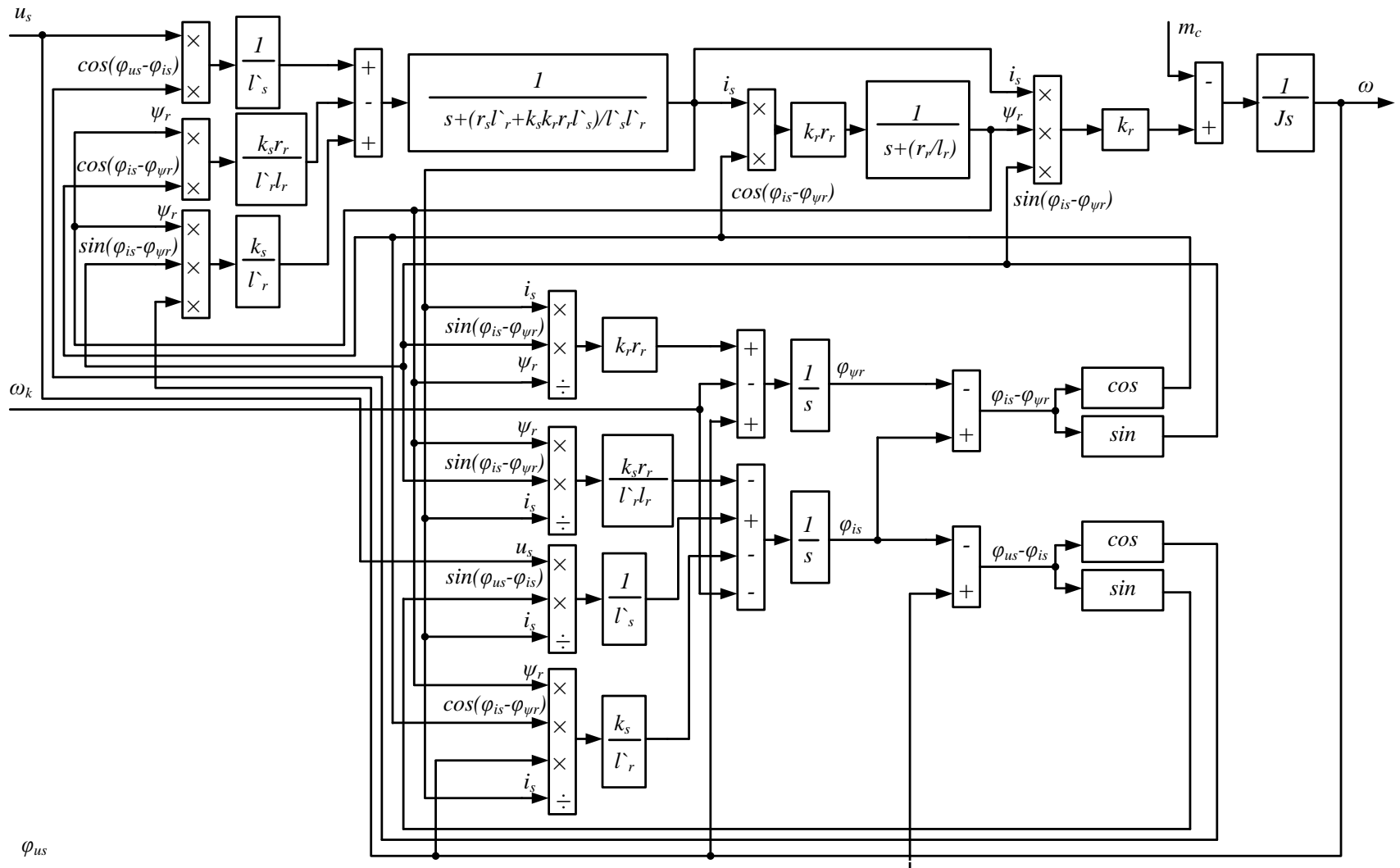


Рисунок 2.2 – Структурная схема математической модели АМ в переменных $\bar{i}_s, \bar{\psi}_r$

2.4 Построение структурной модели асинхронного двигателя в полярной системе координат с использованием в качестве переменных состояния фазовых углов между обобщёнными векторами

Для построения модели воспользуемся уравнениями (2.41), (2.42), (2.43), (2.44), (2.45), (2.46). Уравнения (2.41), (2.43), (2.45) и (2.46) остаются неизменными, построение их моделей описано выше. Подвергнем преобразованию уравнения (2.42) и (2.44). Для этого запишем следующее выражение:

$$p\varphi_u = \omega_s - \omega_k \quad (2.48)$$

Вычтем из уравнения (3.44) уравнение (3.38):

$$p(\varphi_u - \varphi_i) = \omega_s - \frac{K_r \Psi_{rm} \sin(\varphi_\psi - \varphi_i)}{T_r R_y T_{y'sm} i_{sm}} + \frac{K_r Z p \omega \Psi_{rm} \cos(\varphi_\psi - \varphi_i)}{R_y T_{y'sm} i_{sm}} - \frac{U_{sm} \sin(\varphi_u - \varphi_i)}{R_y T_{y'sm} i_{sm}} \quad (2.49)$$

На входы сумматора подаются все слагаемые с учётом знаков при них. После сумматора ставиться интегрирующее звено на выходе которого мы получаем $\varphi_u - \varphi_i$. Модель такого уравнения показана на рисунке 2.14.

Далее вычитаем из уравнения (2.42) уравнение (2.44):

$$p(\varphi_i - \varphi_\psi) = \frac{K_r \Psi_{rm} \sin(\varphi_\psi - \varphi_i)}{T_r R_y T_{y'sm} i_{sm}} - Z p \omega - \frac{K_r Z p \omega p_{rm} \cos(\varphi_\psi - \varphi_i)}{R_y T_{y'sm} i_{sm}} + \frac{U_{sm} \sin(\varphi_u - \varphi_i)}{T_r R_y i_{sm}} - \frac{K_r R_r i_{sm} \sin(\varphi_i - \varphi_\psi)}{\Psi_{rm}} \quad (2.46)$$

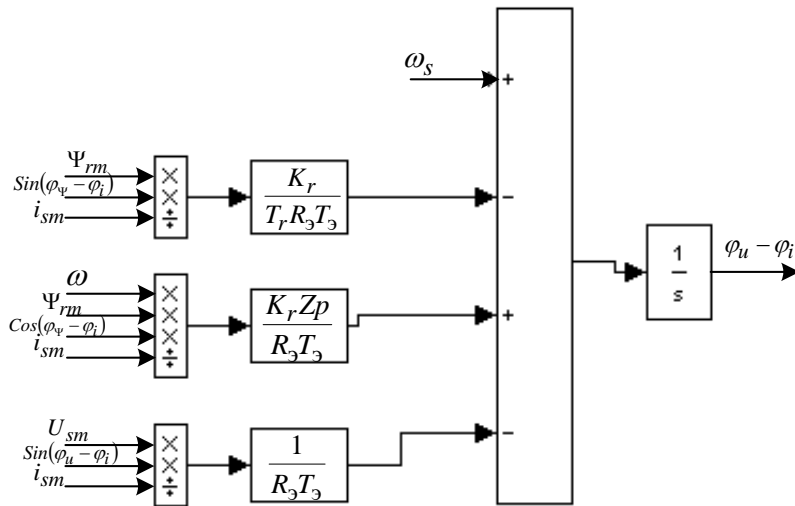


Рисунок 2.14 – Структурная

На входы сумматора подаются все слагаемые с учётом знаков при них. После сумматора ставится интегрирующее звено на выходе которого мы получаем $\varphi_i - \varphi_\psi$. Модель такого уравнения показана на рисунке 2.15.

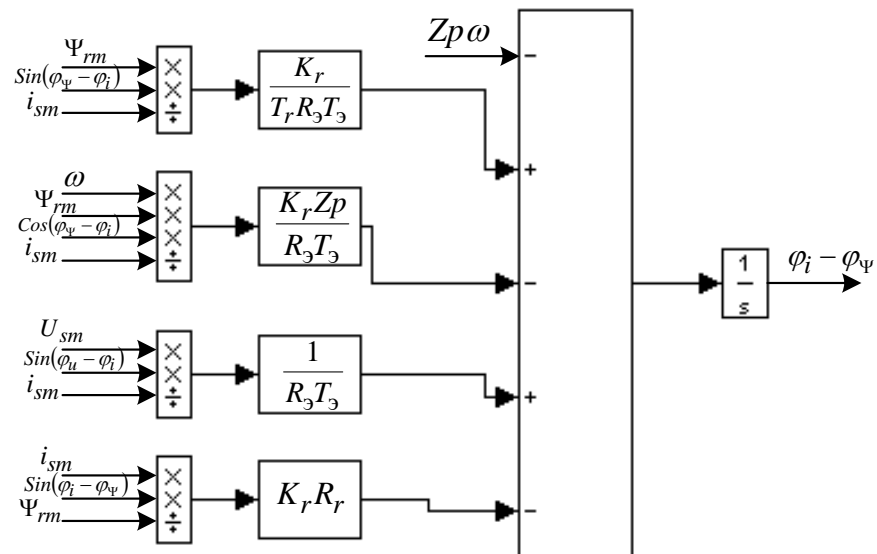


Рисунок 2.15 – Структурная схема

Соединив соответствующие входы и выходы моделей уравнений (2.37), (2.39), (2.41), (2.42), (2.45), (2.46) и подав на соответствующие входы U_{sm} и ω_s мы получим полную модель асинхронного двигателя в полярной системе

координат в которой отсутствует в качестве переменной скорость вращения координат (рисунок 2.16).

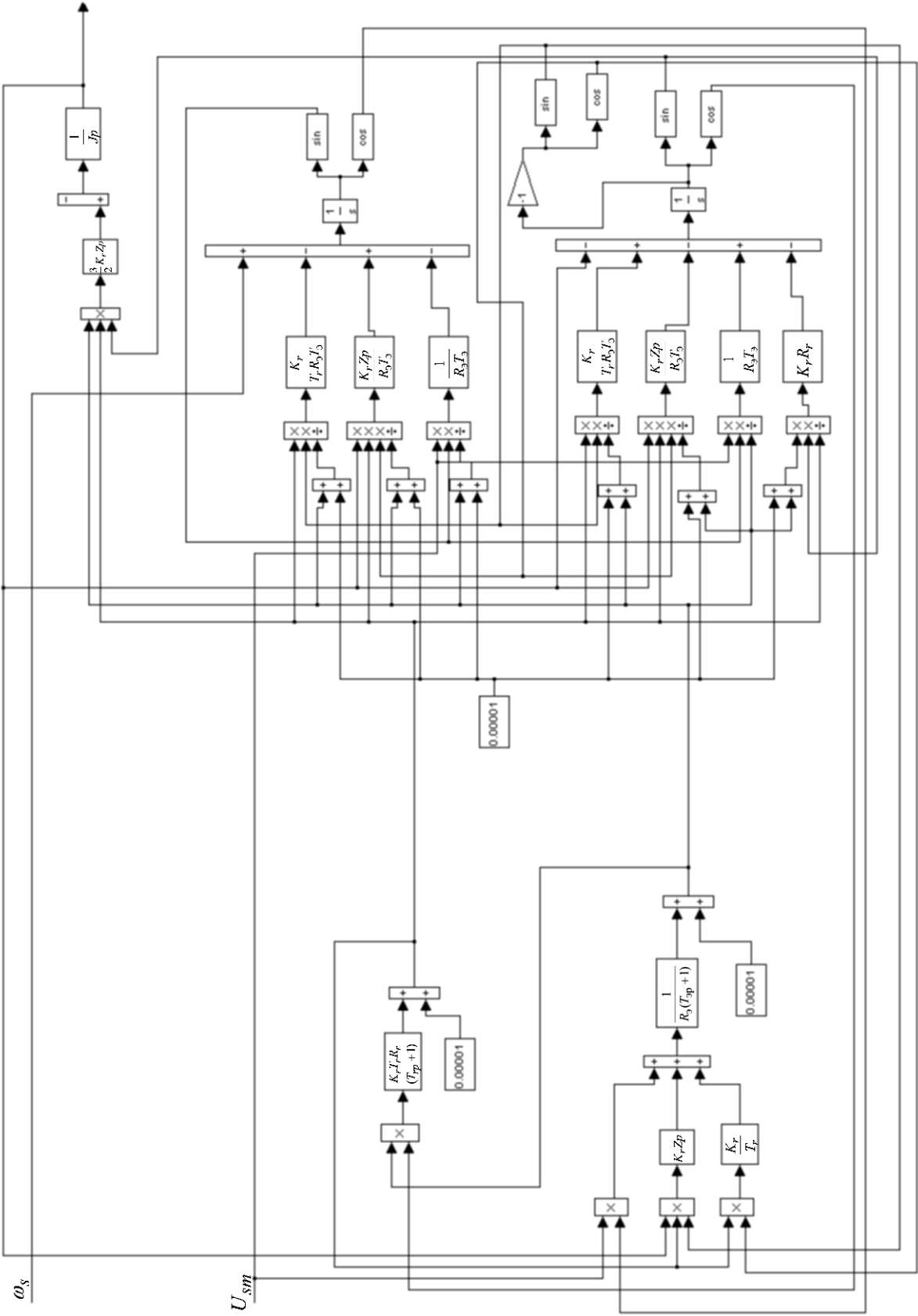


Рисунок 2.16 - Модель асинхронного двигателя в полярной системе координат

3. Модель асинхронного двигателя с учётом насыщения

3.1 Аналитическое представление характеристики намагничивания двигателя

Математические модели асинхронной машины, рассмотренные в предыдущем разделе, получены в предположении постоянства ее параметров. Фактически все параметры асинхронной машины в процессе ее функционирования изменяются. Часть параметров изменяется либо в весьма малом диапазоне, либо их численные значения достаточно малы и их изменение не оказывает заметного влияния на характер протекания процессов. В этом случае вполне правомерно принимать эти параметры постоянными и равными или их усредненным значениям или конкретным значениям из возможного диапазона их изменения, характер протекания процессов при которых интересует исследователя [11, 12].

Изменения другой части параметров оказывает заметное влияние на характеристики асинхронной машины и это при решении ряда задач необходимо учитывать.

Наиболее существенными факторами, влияющими на свойства асинхронной машины, являются насыщение главной магнитной цепи и эффект вытеснения тока из стержней обмотки ротора при изменении скольжения.

Разработку математических моделей асинхронной машины в полярных координатах с учетом указанных факторов осуществим на основе подходов, положений и рекомендаций, изложенных в работах [12, 15, 16].

Влияние насыщения главной магнитной цепи учтем кривой намагничивания аппроксимированной степенным полиномом седьмого порядка [12]:

$$i_m(\psi_m) = g_1\psi_m + g_2\psi_m^3 + g_3\psi_m^5 + g_4\psi_m^7. \quad (3.1.1)$$

Здесь i_m – амплитудное значение тока намагничивания (о.е.);

ψ_m – амплитудное значение главного потокосцепления (о.е.).

Значения коэффициентов полиномиальной аппроксимации равны $g_1 = 0,14845$, $g_2 = 0,27737$, $g_3 = -0,5464$, $g_4 = 0,41725$.

Используя понятия переменного коэффициента взаимной индуктивности обмоток статора и ротора, определяемого по кривой намагничивания

$$l_m = \frac{\psi_m(i_m)}{i_m} = l_m(i_m), \quad (3.1.2a)$$

или

$$l_m = \frac{\psi_m}{i_m(\psi_m)} = l_m(\psi_m), \quad (3.1.2b)$$

резльтирующего вектора намагничивающих токов

$$\bar{i}_m = \bar{i}_s + \bar{i}_r, \quad (3.1.3)$$

резльтирующего вектора главного потокосцепления

$$\bar{\psi}_m = l_m \cdot \bar{i}_m, \quad (3.1.4)$$

и помня, что

$$l_s = l_m + l_{\sigma s}, \quad (3.1.5)$$

$$l_r = l_m + l_{\sigma r},$$

уравнения (1.5.10) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{u}_s &= r_s \bar{i}_s + j\omega_k \bar{\psi}_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt}, \\ 0 &= r_r \bar{i}_r + j(\omega_k - \omega) \bar{\psi}_r + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt}, \\ \bar{\psi}_s &= l_s \bar{i}_s + l_m \bar{i}_r = l_{\sigma s} \cdot \bar{i}_s + \bar{\psi}_m, \\ \bar{\psi}_r &= l_r \bar{i}_r + l_m \bar{i}_s = l_{\sigma r} \cdot \bar{i}_r + \bar{\psi}_m. \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Уравнения (3.1.6) с учетом (3.1.1) – (3.1.5) можно непосредственно использовать для разработки математической модели асинхронной машины в полярных координатах. Они содержат в явном виде нелинейный коэффициент l_m , учитывающий насыщение главной магнитной цепи, и, определяющие его, две новые векторные переменные – результирующие векторы намагничивающего тока \bar{i}_m и главного потокосцепления $\bar{\psi}_m$.

Получаемая в этом случае математическая модель воспроизводит все переменные асинхронной машины, фигурирующие в уравнениях (3.1.1) – (3.1.6), и содержит один требующий вычисления нелинейный коэффициент. Причем процедура вычисления этого коэффициента может быть заменена непосредственным использованием уравнения (3.1.1) описывающего кривую намагничивания.

Возможен и другой подход к разработке математических моделей с учетом насыщения главной магнитной цепи асинхронной машины. На предварительном этапе анализа уравнений (3.1.6) из них, путем выражения одних переменных через другие, исключаются переменные, не участвующие в формировании электромагнитного момента и нелинейного коэффициента взаимной индуктивности обмоток статора и ротора (3.1.2а), (3.1.2б). В результате, получаемые на основе таких преобразованных уравнений, математические модели воспроизводят меньшее количество переменных асинхронной машины, однако, при этом, количество подлежащих вычислению нелинейных коэффициентов возрастает.

Таким образом, как полные уравнения (3.1.6) так и преобразованные, дают практически равноценные по сложности и наглядности математические модели асинхронной машины. Следовательно, выбор варианта математической модели определяется не этими их характеристиками, а конкретными целями и задачами моделирования.

В настоящей работе приведены процедуры получения математических моделей на основе полных уравнений асинхронной машины (3.1.6) и

уравнений в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$ и $\bar{i}_s - \bar{i}_r$. Процедура получения других возможных вариантов математических моделей аналогична рассмотренным.

3.2 Построение структуры модели АД с учетом насыщения главной магнитной цепи в полных переменных

Подставим в уравнения (3.1.6) комплексные переменные в показательной форме:

$$\begin{aligned} u_s \cdot e^{j\varphi_{us}} &= r_s i_s \cdot e^{j\varphi_{is}} + j\omega_k \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi_s}} + \frac{d}{dt}(\psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi_s}}), \\ 0 &= r_r i_r \cdot e^{j\varphi_r} + j(\omega_k - \omega) \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi_r}} + \frac{d}{dt}(\psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi_r}}), \\ \psi_s \cdot e^{j\varphi_{\psi_s}} &= l_{\sigma s} \cdot i_s \cdot e^{j\varphi_{is}} + \psi_m \cdot e^{j\varphi_{\psi_m}}, \\ \psi_r \cdot e^{j\varphi_{\psi_r}} &= l_{\sigma r} \cdot i_r \cdot e^{j\varphi_{ir}} + \psi_m \cdot e^{j\varphi_{\psi_m}}, \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_m \cdot e^{j\varphi_{\psi_m}} &= l_m \cdot i_m \cdot e^{j\varphi_{im}}, \\ i_m \cdot e^{j\varphi_{im}} &= i_s \cdot e^{j\varphi_{is}} + i_r \cdot e^{j\varphi_{ir}}. \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

В дифференциальных уравнениях электромагнитных контуров системы уравнений (3.1.7) вычислим производные. Потом в первом уравнении левую и правую части поделим на $e^{j\varphi_{\psi_s}}$, а во втором – на $e^{j\varphi_{\psi_r}}$. Перейдя к тригонометрической форме записи комплексных переменных и выделив и записав отдельно в полученных в результате деления соотношениях вещественные и мнимые составляющие окончательно имеем:

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi_s}{dt} &= u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}) - r_s i_s \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}), \\
\frac{d\varphi_{\psi_s}}{dt} &= \frac{u_s \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s})}{\psi_s} - \frac{r_s i_s \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s})}{\psi_s} - \omega_k, \\
\frac{d\psi_r}{dt} &= -r_r i_r \cos(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r}), \\
\frac{d\varphi_{\psi_r}}{dt} &= -\frac{r_r i_r \sin(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r})}{\psi_r} - (\omega_k - \omega).
\end{aligned} \tag{3.1.9}$$

Вещественные и мнимые компоненты векторов тока статора \bar{i}_s и ротора \bar{i}_r определим выразив их, с помощью уравнений связи (3.1.7), (3.1.8), через вещественные и мнимые компоненты векторов потокосцепления статора $\bar{\psi}_s$ и ротора $\bar{\psi}_r$:

$$\begin{aligned}
i_s \cdot \cos \varphi_{i_s} &= \left(\frac{l'_r + k_s \cdot l_m}{l_s \cdot l'_r} \right) \cdot \psi_s \cdot \cos \varphi_{i_s} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \cos \varphi_{\psi_r}; \\
i_s \cdot \sin \varphi_{i_s} &= \left(\frac{l'_r + k_s \cdot l_m}{l_s \cdot l'_r} \right) \cdot \psi_s \cdot \sin \varphi_{i_s} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \sin \varphi_{\psi_r}; \\
i_r \cdot \cos \varphi_{i_r} &= \frac{1}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \cos \varphi_{\psi_r} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_s \cdot \cos \varphi_{i_s}; \\
i_r \cdot \sin \varphi_{i_r} &= \frac{1}{l'_r} \cdot \psi_r \cdot \sin \varphi_{\psi_r} - \frac{k_s}{l'_r} \cdot \psi_s \cdot \sin \varphi_{i_s}.
\end{aligned} \tag{3.1.10}$$

Для определения компонент уравнений (3.1.9), содержащих тригонометрические функции от разностей аргументов результирующих векторов, воспользуемся соотношениями:

$$\begin{aligned}
u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}) &= u_s (\cos \varphi_{u_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} + \sin \varphi_{u_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}), \\
u_s \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}) &= u_s (\sin \varphi_{u_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} - \cos \varphi_{u_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}), \\
i_s \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}) &= i_s \cos \varphi_{i_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} + i_s \sin \varphi_{i_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}, \\
i_s \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}) &= i_s \sin \varphi_{i_s} \cdot \cos \varphi_{\psi_s} - i_s \cos \varphi_{i_s} \cdot \sin \varphi_{\psi_s}, \\
i_r \cos(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r}) &= i_r \cos \varphi_{i_r} \cdot \cos \varphi_{\psi_r} + i_r \sin \varphi_{i_r} \cdot \sin \varphi_{\psi_r}, \\
i_r \sin(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r}) &= i_r \sin \varphi_{i_r} \cdot \cos \varphi_{\psi_r} - i_r \cos \varphi_{i_r} \cdot \sin \varphi_{\psi_r}.
\end{aligned} \tag{3.1.11}$$

Переменные коэффициенты в уравнениях (3.1.10) представим явными функциями коэффициента взаимоиндукции l_m :

$$\frac{1}{l'_r} = f_1(l_m) = \frac{l_{s\sigma} + l_m}{l_{s\sigma} l_{r\sigma} + (l_{s\sigma} + l_{r\sigma}) l_m}, \tag{3.1.12}$$

$$\frac{k_s}{l'_r} = f_2(l_m) = \frac{l_m}{l_{s\sigma} l_{r\sigma} + (l_{s\sigma} + l_{r\sigma}) l_m}, \tag{3.1.13}$$

$$\frac{l'_r + k_s \cdot l_m}{l_s \cdot l'_r} = f_3(l_m) = \frac{l_{r\sigma} + l_m}{l_{s\sigma} l_{r\sigma} + (l_{s\sigma} + l_{r\sigma}) l_m}, \tag{3.1.14}$$

который определим соотношением (3.1.26).

Для определения модуля результирующего вектора главного потокосцепления опять воспользуемся уравнениями связи. Представим третье уравнение системы уравнений (3.1.7) в тригонометрической форме:

$$\begin{aligned}
\psi_s \cos \varphi_{\psi_s} + j \psi_s \sin \varphi_{\psi_s} &= l_{s\sigma} (i_s \cos \varphi_{i_s} + j i_s \sin \varphi_{i_s}) + \\
&+ (\psi_m \cos \varphi_{\psi_m} + j \psi_m \sin \varphi_{\psi_m}),
\end{aligned} \tag{3.1.15}$$

Уравнение (3.1.15) позволяет вычислить вещественную и мнимую составляющие комплексной переменной, характеризующей результирующий вектор главного потокосцепления:

$$\psi_m \cdot \cos \varphi_{\psi_m} = \psi_s \cdot \cos \varphi_{\psi_s} - l_{\sigma s} \cdot i_s \cos \varphi_{i_s}, \quad (3.1.16)$$

$$\psi_m \cdot \sin \varphi_{\psi_m} = \psi_s \cdot \sin \varphi_{\psi_s} - l_{\sigma s} \cdot i_s \sin \varphi_{i_s}, \quad (3.1.17)$$

а затем и модуль ψ_m этого вектора:

$$\psi_m = \sqrt{(\psi_m \cos \varphi_{\psi_m})^2 + (\psi_m \sin \varphi_{\psi_m})^2}. \quad (3.1.18)$$

Вычисление аргумента φ_{ψ_m} результирующего вектора главного потокосцепления здесь не требуется, поскольку в явном виде он в уравнениях не фигурирует.

Следует отметить, так как в рассматриваемые уравнения введены две дополнительные векторные переменные состояния асинхронной машины \bar{i}_m и $\bar{\psi}_m$, то появилась возможность дополнительно к уравнениям (1.5.11) использовать еще четыре пары формул вычисления электромагнитного момента:

$$\begin{aligned} m_{\text{э}} &= \text{Im} [\dot{\bar{\psi}}_m \cdot \bar{i}_s], & m_{\text{э}} &= \text{Im} [l_m \dot{\bar{i}}_m \cdot \bar{i}_s], \\ m_{\text{э}} &= \text{Im} [\bar{\psi}_m \cdot \dot{\bar{i}}_r], & m_{\text{э}} &= \text{Im} [l_m \bar{i}_m \cdot \dot{\bar{i}}_r], \\ m_{\text{э}} &= \text{Im} [l_{\sigma s}^{-1} \dot{\bar{\psi}}_m \cdot \bar{\psi}_s], & m_{\text{э}} &= \text{Im} \left[\frac{l_m}{l_{\sigma s}} \dot{\bar{i}}_m \cdot \bar{\psi}_s \right], \\ m_{\text{э}} &= \text{Im} [l_{\sigma r}^{-1} \bar{\psi}_m \cdot \dot{\bar{\psi}}_r], & m_{\text{э}} &= \text{Im} \left[\frac{l_m}{l_{\sigma r}} \bar{i}_m \cdot \dot{\bar{\psi}}_r \right]. \end{aligned} \quad (3.1.19)$$

Однако при практических расчетах представляется целесообразным использовать те из них, которые не содержат нелинейных коэффициентов.

В уравнениях (3.1.9), (3.1.14) – (3.1.18) все векторные переменные асинхронной машины представлены их полярными координатами. Дополнив эти уравнения, выбранной из возможных вариантов (1.5.11), (3.1.19), конкретной формулой электромагнитного момента, векторные переменные в

которой так же представим их полярными координатами (3.1.20), и уравнением движения (1.5.12), получим полную математическую модель асинхронной машины, учитывающую насыщение главной магнитной цепи. В качестве переменных состояния здесь фигурируют модули и аргументы векторных переменных, то есть их полярные координаты.

Структурная схема математической модели асинхронной машины, для формулы электромагнитного момента

$$M_{\text{э}} = \text{Im} [\dot{\bar{\psi}}_s \cdot \bar{i}_s] = \psi_s \cdot i_s \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}), \quad (3.1.20)$$

приведена на рис. 3.1.

Блок формирования коэффициентов на этой схеме представляет собой структурную реализацию уравнений (3.1.1), (3.1.26), (3.1.12) – (3.1.14), (3.1.16) – (3.1.18).

3.3 Математическая модель в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$ в полярных координатах

С помощью уравнений связи в уравнениях электромагнитных контуров системы уравнений (3.16) выразим токи \bar{i}_s, \bar{i}_r через потокосцепления $\bar{\psi}_s, \bar{\psi}_r$.

В результате получим [12]:

$$\begin{aligned} \bar{u}_s &= p\bar{\psi}_s + \alpha_{s\sigma}\bar{\psi}_s - \alpha_{s\sigma}k_r\bar{\psi}_r + j\omega_k\bar{\psi}_s, \\ 0 &= p\bar{\psi}_r + \alpha_{r\sigma}\bar{\psi}_r - \alpha_{r\sigma}k_s\bar{\psi}_s + j(\omega_k - \omega)\bar{\psi}_r, \end{aligned} \quad (3.1.21)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{s\sigma} &= \frac{r_s}{l_{s\sigma} + k_r l_{r\sigma}}, & \alpha_{r\sigma} &= \frac{r_r}{l_{r\sigma} + k_s l_{s\sigma}}, \\ k_s &= \frac{l_m}{l_m + l_{s\sigma}} = \frac{\psi_m(i_m)}{\psi_m(i_m) + l_{s\sigma} i_m}, & k_r &= \frac{l_m}{l_m + l_{r\sigma}} = \frac{\psi_m(i_m)}{\psi_m(i_m) + l_{r\sigma} i_m} \end{aligned} \quad (3.1.22)$$

– зависящие от степени насыщения главной магнитной цепи электрической машины переменные коэффициенты, определенные с учетом (3.1.5) и (3.1.2а, б).

Для обеспечения возможности их вычисления в уравнении (3.1.3), с помощью уравнений связи (см. (3.1.6)), заменим токи \bar{i}_s, \bar{i}_r потокосцеплениями $\bar{\psi}_s, \bar{\psi}_r$. С учетом уравнения (3.1.1) в результате можем записать [12]:

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_m + l_\sigma \bar{i}_m &= \frac{l_\sigma}{l_{s\sigma}} \bar{\psi}_s + \frac{l_\sigma}{l_{r\sigma}} \bar{\psi}_r, \\ i_m &= f(\psi_m),\end{aligned}\tag{3.1.23}$$

где $l_\sigma = \frac{l_{s\sigma} l_{r\sigma}}{l_{s\sigma} + l_{r\sigma}}$ – постоянный коэффициент.

Дополнив уравнения (3.1.21) – (3.1.23) формулой электромагнитного момента:

$$m_\Delta = I_m \left[l_{\sigma\Delta}^{-1} \bar{\psi}_s \cdot \dot{\bar{\psi}}_r \right]\tag{3.1.24}$$

и уравнением движения электропривода (1.5.12) получим учитывающую насыщение главной магнитной цепи математическую модель асинхронной машины в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$.

Запишем в уравнениях (3.1.21) – (3.1.24) комплексные переменные в показательной форме, а затем выполним над полученными выражениями те же процедуры, что и в предыдущем параграфе над уравнениями (3.1.7) (дифференцирование; деление на множитель при производных от модулей векторных переменных по времени; переход к тригонометрической форме записи и разделение вещественной и мнимой составляющих).

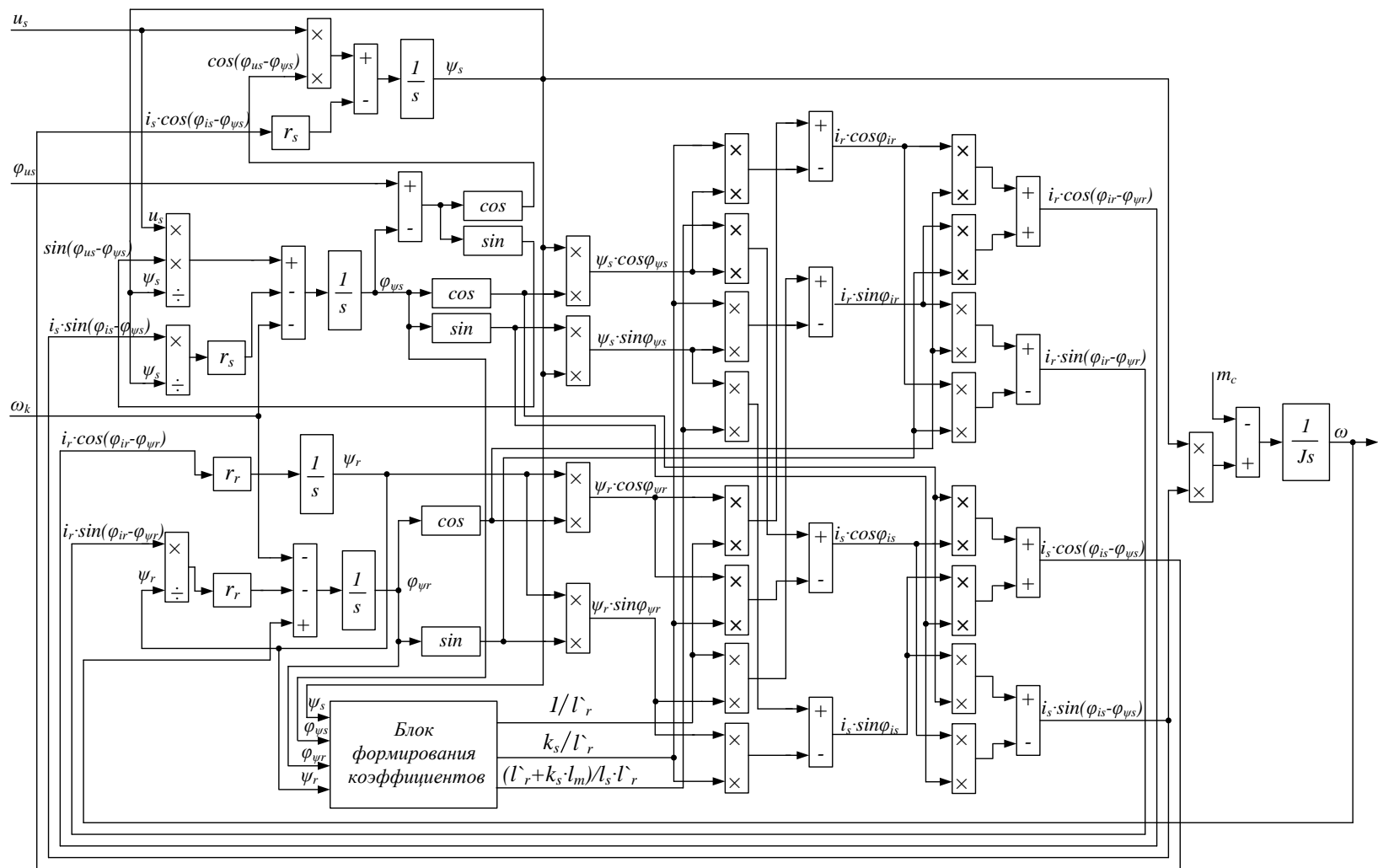


Рисунок 3.1. Структурная схема математической модели АМ с учетом насыщения главной магнитной цепи в полных переменных

В результате получим математическую модель асинхронной машины (3.1.25), в которой в качестве переменных состояния фигурируют полярные координаты (модуль и аргумент) результирующих векторов потокоцеплений статора и ротора:

$$\begin{aligned}
p\psi_s &= -\alpha_{s\sigma}\psi_s + \alpha_{s\sigma}k_r\psi_r \cos(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}) + u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}), \\
p\varphi_{\psi_s} &= -k_r\alpha_{s\sigma}\frac{\psi_r}{\psi_s} \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k + \frac{u_s}{\psi_s} \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}), \\
p\psi_r &= -\alpha_{r\sigma}\psi_r + k_s\alpha_{r\sigma}\psi_s \cos(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}), \\
p\varphi_{\psi_r} &= -k_s\alpha_{r\sigma}\frac{\psi_s}{\psi_r} \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k + \omega, \\
\psi_m &= \sqrt{\left(\frac{l_\sigma}{l_{s\sigma}}\psi_s \cos \varphi_{\psi_s} + \frac{l_\sigma}{l_{r\sigma}}\psi_r \cos \varphi_{\psi_r}\right)^2 +} \\
&\quad + \left(\frac{l_\sigma}{l_{s\sigma}}\psi_s \sin \varphi_{\psi_s} + \frac{l_\sigma}{l_{r\sigma}}\psi_r \sin \varphi_{\psi_r}\right)^2} - l_\sigma i_m, \\
i_m &= f(\psi_m), \\
m_\Delta &= \frac{1}{l_{\sigma\Delta}}\psi_s\psi_r \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}), \\
Jp\omega &= m_\Delta \pm m_c.
\end{aligned} \tag{3.1.25}$$

Переменные коэффициенты k_r , k_s , $\alpha_{s\sigma}$, $\alpha_{r\sigma}$ определяются формулами (3.1.22). Коэффициент $l_{\sigma\Delta}$ в формуле электромагнитного момента определяется соотношением:

$$l_{\sigma\Delta} = l_{s\sigma} + l_{r\sigma} + \frac{l_{s\sigma}l_{r\sigma}}{l_m} = l_{s\sigma} + \frac{l_{r\sigma}}{k_s}. \tag{3.1.26}$$

Структурная схема математической модели асинхронной машины, соответствующая уравнениям (3.1.25), с учетом формул (3.1.22), (3.1.26) представлена на рис. 3.2. Развернутая схема блока формирования переменных коэффициентов приведена на рис. 3.3.

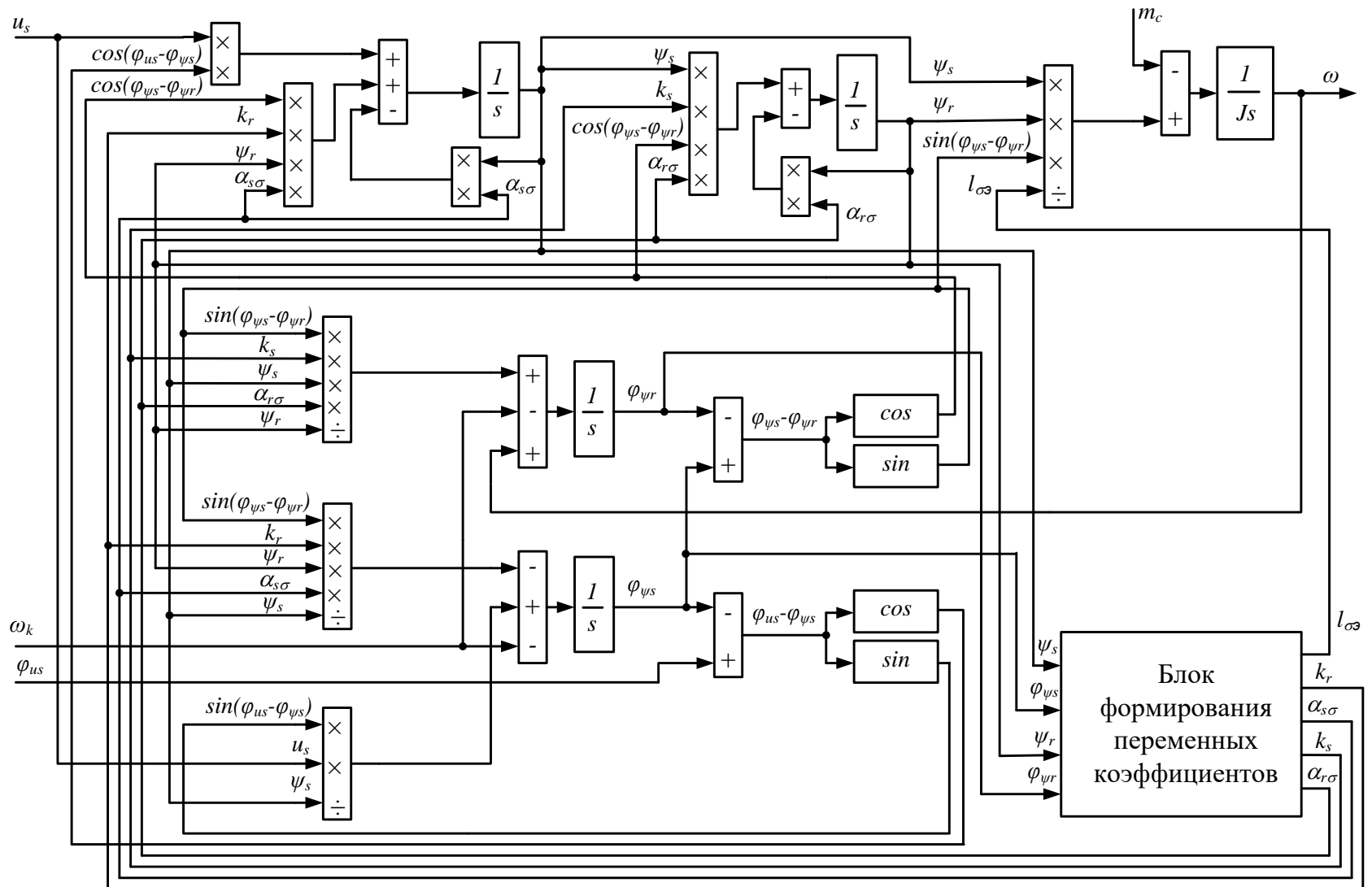


Рисунок 3.2. Структурная схема математической модели АМ в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$ с учетом насыщения главной магнитной цепи в полярных координатах

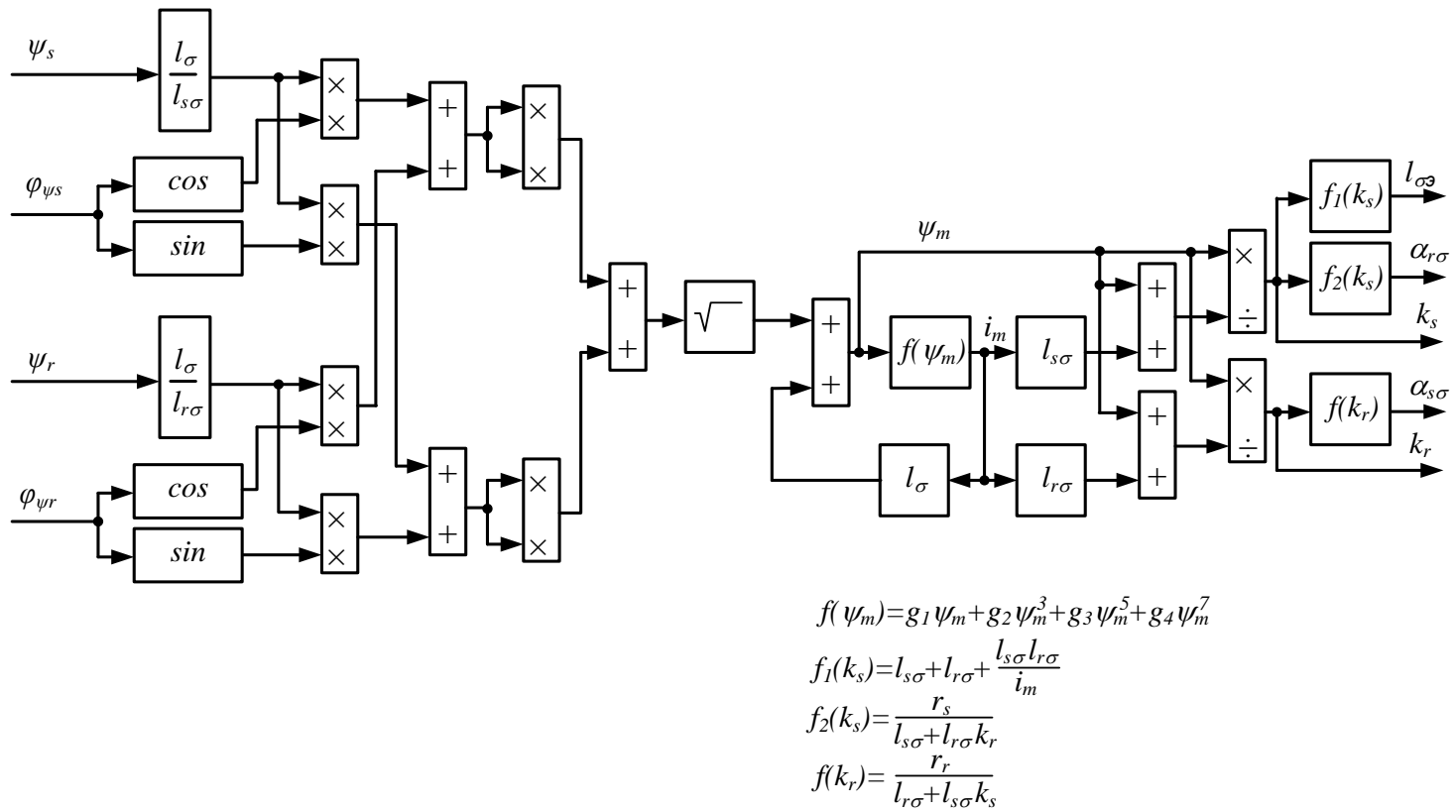


Рисунок 3.3. Схема блока формирования переменных коэффициентов для модели в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$

3.4 Математическая модель в переменных $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$ в полярных координатах

За основу для получения математической модели асинхронной машины учитывающей насыщение главной магнитной цепи в полярных координатах в этом случае возьмем векторно-матричные уравнения в переменных $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$ приведенные в [12]

Записанные в комплексных переменных эти уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned}\bar{u}_s &= l_\sigma p \bar{i}_s + r_\sigma \bar{i}_s + j\omega_k l_\sigma \bar{i}_s + j\omega_k k_r \bar{\psi}_r - (k_r \alpha_r - p k_r) \bar{\psi}_r, \\ 0 &= p \bar{\psi}_r + \alpha_r \bar{\psi}_r + j(\omega_k - \omega) \bar{\psi}_r - r_r k_r \bar{i}_s \\ \bar{\psi}_m + l_{r\sigma} \bar{i}_m &= \bar{\psi}_r + l_{r\sigma} \bar{i}_s \\ i_m &= f(\psi_m),\end{aligned}\tag{3.1.27}$$

где

$$\begin{aligned}r_\sigma &= r_s + k_r^2 r_r + l_{r\sigma} p k_r, \quad l_\sigma = l_{s\sigma} + k_r l_{r\sigma}, \\ k_r &= \frac{l_m}{l_m + l_{r\sigma}} = \frac{\psi_m(i_m)}{\psi_m(i_m) + l_{r\sigma} i_m}, \\ \alpha_r &= \frac{r_r}{l_m + l_{r\sigma}} = \frac{r_r i_m}{\psi_m(i_m) + l_{r\sigma} i_m}\end{aligned}\tag{3.1.28}$$

— зависящие от степени насыщения главной магнитной цепи асинхронной машины переменные коэффициенты, определяемые с помощью третьего и четвертого уравнений системы уравнений (3.1.27).

Третье уравнение системы (3.1.27) получено из уравнения (3.1.3) путем замены в нем тока \bar{i}_r с помощью уравнений связи (см. уравнение (3.1.6)) переменными $\bar{i}_s, \bar{\psi}_r, \bar{\psi}_m$. Четвертое уравнение определяет функциональную зависимость между \bar{i}_m и $\bar{\psi}_m$ согласно (3.1.1).

Записав комплексные переменные в уравнениях (3.1.28) в показательной форме, а затем, выполнив над полученными выражениями

математические преобразования аналогичные рассмотренным в предыдущих параграфах, получим:

$$\begin{aligned}
p i_s &= \frac{1}{l_3} u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{i_s}) - \frac{r_3}{l_3} i_s + \left(\frac{k_r \alpha_r - p k_r}{l_3} \right) \psi_r \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) - \\
&\quad - \frac{k_r}{l_3} \omega \psi_r \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}), \\
p \varphi_{i_s} &= \frac{1}{l_3} \frac{u_s}{i_s} \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{i_s}) - \left(\frac{k_r \alpha_r - p k_r}{l_3} \right) \frac{\psi_r}{i_s} \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k - \\
&\quad - \frac{k_r}{l_3} \omega \frac{\psi_r}{i_s} \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}), \\
p \psi_r &= r_r k_r i_s \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) - \alpha_r \psi_r, \\
p \varphi_{\psi_r} &= r_r k_r \frac{i_s}{\psi_r} \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k + \omega, \\
\psi_m + l_{r\sigma} i_m &= \sqrt{(\psi_r \cos \varphi_{\psi_r} + l_{r\sigma} i_s \cos \varphi_{i_s})^2 + (\psi_r \sin \varphi_{\psi_r} + l_{r\sigma} i_s \sin \varphi_{i_s})^2}, \\
i_m &= f(\psi_m).
\end{aligned} \tag{3.1.29}$$

Дополнив уравнения (3.1.29) формулой электромагнитного момента и уравнением движения:

$$\begin{aligned}
m_3 &= k_r i_s \psi_r \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}), \\
p \omega &= \frac{1}{J} (m_3 \pm m_s),
\end{aligned} \tag{3.1.30}$$

получим математическую модель асинхронной машины в переменных $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$ в полярных координатах учитывающую насыщение главной магнитной цепи.

Соответствующая уравнениям (3.1.29), (3.1.30) структурная схема асинхронной машины представлена на рис. 3.4 и рис. 3.5. При построении развернутой схемы блока формирования переменных коэффициентов

использовано пятое уравнение системы уравнений (3.1.29) и уравнения (3.1.1), (3.1.28).

Из сопоставления рис. 2.1, рис. 2.2 и рис. 3.2, рис. 3.4 легко заметить, что структурные схемы моделей учитывающих насыщение главной магнитной цепи в значительной мере совпадают со структурами моделей с постоянными параметрами. Отличия в том, что модели учитывающие насыщение дополнены блоком формирования переменных коэффициентов.

Кроме того, линейные апериодические звенья моделей с постоянными параметрами здесь заменены структурами, состоящими из интегрирующего звена охваченного нелинейной отрицательной обратной связью, а линейные безынерционные звенья характеризующие постоянные параметры заменены поступающими на входы соответствующих блоков перемножения переменными множителями вычисляемыми блоком формирования переменных коэффициентов.

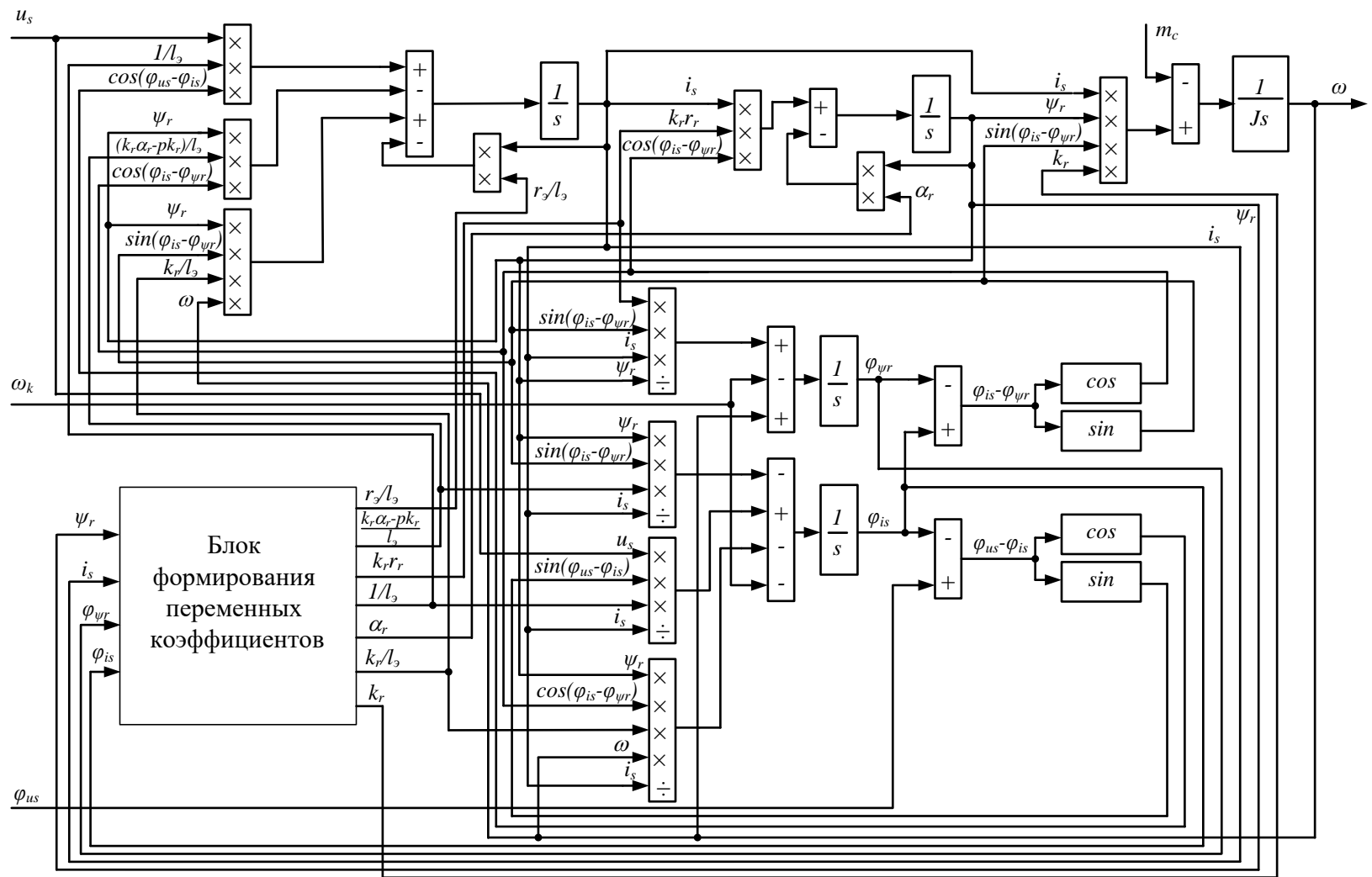
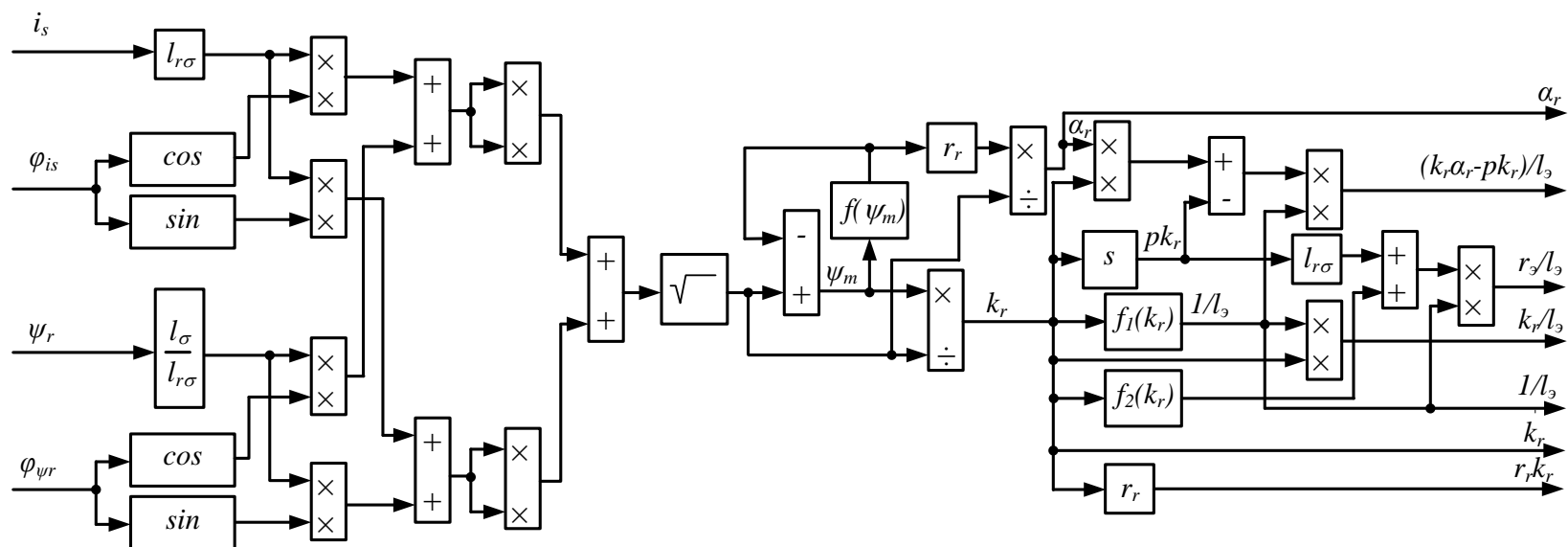


Рисунок 3.4. Структурная схема АМ в переменных $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$ с учетом насыщения главной магнитной



$$f_1(k_r) = \frac{1}{l_{s\sigma} + l_{r\sigma} k_r}$$

$$f_2(k_r) = r_s + k_r^2 r_r$$

Рисунок 3.5. Развернутая схема блока формирования переменных коэффициентов для рис. 3.4

4 Результаты моделирования

4.1 Расчет параметров АМ

4.1.1 Расчет параметров асинхронного двигателя 4А160М4У3 по паспортным данным

Паспортные данные двигателя 4А160М4У3 приведены в таблицах 4.1.1 – 4.1.3 [14].

Таблица 4.1.1 – Номинальные данные двигателя

$P_{2\text{ном}}, \text{кВт}$	$U_{\text{ном}}, \text{В}$	Z_p	$\eta, \text{о.е.}$	$\cos \varphi$
18,5	220	2	89,5	0,88

Таблица 4.1.2 – Параметры схемы замещения, о.е.

X_m	R'_1	X'_1	R''_2	X''_2	$R''_{2П}$	$R_{КП}$	$X_{КП}$
4,3	0,042	0,085	0,024	0,13	0,037	0,079	0,14

Таблица 4.1.3 – Пусковые свойства

$m_{П}$	m_M	m_K	$s_{\text{ном}}, \%$	$s_K, \%$	$J_{\text{ДР}}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$
1,4	1	2,3	2,2	16	0,13

Рассчитаем необходимые для моделирования параметры машины в относительных единицах. Для этого сначала рассчитаем базисные величины:

Базисное напряжение:

$$U_{\bar{o}} = U_{s.\text{max.ном}} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{ном}}, \quad (4.1.1)$$
$$U_{\bar{o}} = \sqrt{2} \cdot 220 = 311,127 \text{ В.}$$

Базисный ток:

$$I_{\bar{\sigma}} = I_{s.max.ном} = \sqrt{2} \cdot I_{ном}, \quad (4.1.2)$$

где $I_{ном}$ — номинальный фазный ток обмотки статора, А.

$$I_{ном} = \frac{P_{2ном} \cdot 10^3}{3 \cdot \eta \cdot \cos \varphi \cdot U_{ном}}, \quad (4.1.3)$$

$$I_{ном} = \frac{18500}{3 \cdot 0,895 \cdot 0,88 \cdot 220} = 35,59 \text{ А},$$

$$I_{\bar{\sigma}} = \sqrt{2} \cdot 35,59 = 50,33 \text{ А}.$$

Базисная угловая частота:

$$\Omega_{\bar{\sigma}} = 2 \cdot \pi \cdot f_{s.ном}, \quad (4.1.4)$$

где $f_{s.ном} = 50 \text{ Гц}$ — номинальная частота напряжения питания.

$$\Omega_{\bar{\sigma}} = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314,159 \text{ рад/с}.$$

Базисное время:

$$T_{\bar{\sigma}} = \Theta_{\bar{\sigma}} / \Omega_{\bar{\sigma}}, \quad (4.1.5)$$

$$T_{\bar{\sigma}} = 1 / 314,159 = 0,0032 \text{ с}.$$

Базисное потокосцепление:

$$\Psi_{\bar{\sigma}} = U_{\bar{\sigma}} \cdot T_{\bar{\sigma}}, \quad (4.1.6)$$

$$\Psi_{\bar{\sigma}} = 311,127 \cdot 0,0032 = 0,9903 \text{ Вб}.$$

Базисная индуктивность:

$$L_{\bar{\sigma}} = \Psi_{\bar{\sigma}} / I_{\bar{\sigma}}, \quad (4.1.7)$$

$$L_{\bar{\sigma}} = 0,9903 / 50,33 = 0,0197 \text{ Гн.}$$

Базисное сопротивление:

$$Z_{\bar{\sigma}} = U_{\bar{\sigma}} / I_{\bar{\sigma}}, \quad (4.1.8)$$

$$Z_{\bar{\sigma}} = 311,127 / 50,33 = 6,1816 \text{ Ом.}$$

Базисная мощность:

$$P_{\bar{\sigma}} = 3 \cdot U_{\bar{\sigma}} \cdot I_{\bar{\sigma}} / 2, \quad (4.1.9)$$

$$P_{\bar{\sigma}} = 3 \cdot 311,127 \cdot 50,33 / 2 = 23489,1 \text{ Вт.}$$

Базисная угловая частота вращения ротора:

$$\Omega_{\bar{\sigma}r} = \Omega_{\bar{\sigma}} / Z_p, \quad (4.1.10)$$

$$\Omega_{\bar{\sigma}r} = 314,159 / 2 = 157,08 \text{ рад/с.}$$

Базисный угол поворота ротора:

$$\Theta_{\bar{\sigma}r} = \Theta_{\bar{\sigma}} / Z_p, \quad (4.1.11)$$

$$\Theta_{\bar{\sigma}r} = 1 / 2 = 0,5 \text{ эл.рад.}$$

Базисный момент:

$$M_{\bar{\sigma}} = P_{\bar{\sigma}} / \Omega_{\bar{\sigma}r}, \quad (4.1.12)$$

$$M_{\bar{\sigma}} = 23489,1 / 157,08 = 149,536 \text{ Н·м.}$$

Базисный момент инерции:

$$J_{\sigma} = M_{\sigma} \cdot T_{\sigma} \cdot Z_p / \Omega_{\sigma}, \quad (4.1.13)$$

$$J_{\sigma} = 149,536 \cdot 0,0032 \cdot 2 / 314,159 = 0,003 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Вычислим необходимые для построения моделей параметры асинхронной машины в относительных единицах. Расчет сведем в таблицу 4.1.4. Следует отметить, что сопротивления обмоток машины уже приведены в относительных единицах и величины индуктивностей будут совпадать с индуктивными сопротивлениями (таблица 4.1.2). Величины активного сопротивления и индуктивности рассеяния лобовой части обмотки ротора определяются согласно [13], и в данном случае приняты равными 20% и 10% от полных значений активного сопротивления и индуктивности рассеяния обмотки ротора соответственно.

Таблица 4.1.4 – Параметры асинхронного двигателя в о.е.

Величина	Обозначение	Расчет	Значение
Активное сопротивление фазы статорной цепи	r_s	R'_1	0,042
Активное сопротивление фазы роторной цепи	r_r	R''_2	0,024
Индуктивность рассеяния обмотки статора	$l_{s\sigma}$	X'_1	0,085
Индуктивность рассеяния обмотки ротора	$l_{r\sigma}$	X''_2	0,13
Взаимная индуктивность обмоток статора и ротора	l_m	X_m	4,3
Полная индуктивность фазы обмотки статора	l_s	$l_{s\sigma} + l_m$	4,385
Полная индуктивность фазы обмотки ротора	l_r	$l_{r\sigma} + l_m$	4,43
Активное сопротивление лобовой части обмотки ротора	$r_{r.l}$	$0,2 \cdot r_r$	0,0048
Активное сопротивление пазовой части обмотки ротора при равномерном распределении тока по сечению стержней	$r_{r.n}$	$r_r - r_{r.l}$	0,0192
Индуктивность рассеяния лобовой части обмотки ротора	$l_{r\sigma.l}$	$0,1 \cdot l_{r\sigma}$	0,013
Индуктивность рассеяния пазовой части обмотки ротора при равномерном распределении тока по сечению стержней	$l_{r\sigma.n}$	$l_{r\sigma} - l_{r\sigma.l}$	0,117
Коэффициент связи статора	k_s	l_m / l_s	0,9806
Коэффициент связи ротора	k_r	l_m / l_r	0,9707
Полный коэффициент рассеяния машины	σ	$1 - k_s \cdot k_r$	0,0482
Эквивалентная индуктивность фазы статора	$l'_s = l_{\sigma}$	$\sigma \cdot l_s$	0,2112
Эквивалентная индуктивность фазы ротора	l'_r	$\sigma \cdot l_r$	0,2134
Эквивалентное сопротивление фазы статора	r_{σ}	$r_s + k_r^2 \cdot r_r$	0,0646

Эквивалентная постоянная времени	T_{Σ}	l_{Σ}/r_{Σ}	3,2685
Постоянная времени роторной цепи	T_r	l_r/r_r	8,8897
Момент инерции ротора	J	$J_{ДР}/J_{\phi}$	42,901

4.1.2 Расчет параметров асинхронного двигателя 4A250S4Y3 по паспортным данным

Паспортные данные двигателя 4A250S4Y3 приведены в таблицах 4.1.5 – 4.1.7 [14].

Таблица 4.1.5 – Номинальные данные двигателя

$P_{2ном}, кВт$	$U_{ном}, В$	Z_p	$\eta, о.е.$	$\cos \varphi$
75	220	2	0,93	0,9

Таблица 4.1.6 – Параметры схемы замещения, о.е.

X_m	R'_1	X'_1	R''_2	X''_2	$R''_{2П}$	$R_{КП}$	$X_{КП}$
4,4	0,026	0,089	0,014	0,11	0,027	0,052	0,15

Таблица 4.1.7 – Пусковые свойства

$m_{П}$	m_M	m_K	$s_{ном}, \%$	$s_K, \%$	$J_{ДР}, кг \cdot м^2$
1,2	1	2,3	1,2	9,5	1

Рассчитаем необходимые для моделирования параметры машины в относительных единицах. Для этого сначала рассчитаем базисные величины.

Базисное напряжение:

$$U_{\phi} = U_{s.max.ном} = \sqrt{2} \cdot U_{ном}, \quad (4.1.14)$$

$$U_{\phi} = \sqrt{2} \cdot 220 = 311,127 \text{ В.}$$

Базисный ток:

$$I_{\phi} = I_{s.max.ном} = \sqrt{2} \cdot I_{ном}, \quad (4.1.15)$$

где $I_{ном}$ — номинальный фазный ток обмотки статора, А.

$$I_{ном} = \frac{P_{2ном} \cdot 10^3}{3 \cdot \eta \cdot \cos \varphi \cdot U_{ном}}, \quad (4.1.16)$$

$$I_{ном} = \frac{75000}{3 \cdot 0,93 \cdot 0,9 \cdot 220} = 135,77 \text{ А},$$

$$I_{\phi} = \sqrt{2} \cdot 135,77 = 192 \text{ А}.$$

Базисная угловая частота:

$$\Omega_{\phi} = 2 \cdot \pi \cdot f_{s.ном}, \quad (4.1.17)$$

где $f_{s.ном} = 50 \text{ Гц}$ — номинальная частота напряжения питания.

$$\Omega_{\phi} = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314,159 \text{ рад/с}.$$

Базисное время:

$$T_{\phi} = \Theta_{\phi} / \Omega_{\phi}, \quad (4.1.18)$$

$$T_{\phi} = 1 / 314,159 = 0,0032 \text{ с}.$$

Базисное потокосцепление:

$$\Psi_{\phi} = U_{\phi} \cdot T_{\phi}, \quad (4.1.19)$$

$$\Psi_{\phi} = 311,127 \cdot 0,0032 = 0,9903 \text{ Вб}.$$

Базисная индуктивность:

$$L_{\bar{o}} = \Psi_{\bar{o}} / I_{\bar{o}}, \quad (4.1.20)$$

$$L_{\bar{o}} = 0,9903 / 192 = 0,0052 \text{ Гн.}$$

Базисное сопротивление:

$$Z_{\bar{o}} = U_{\bar{o}} / I_{\bar{o}}, \quad (4.1.21)$$

$$Z_{\bar{o}} = 311,127 / 192 = 1,6204 \text{ Ом.}$$

Базисная мощность:

$$P_{\bar{o}} = 3 \cdot U_{\bar{o}} \cdot I_{\bar{o}} / 2, \quad (4.1.22)$$

$$P_{\bar{o}} = 3 \cdot 311,127 \cdot 192 / 2 = 89605,74 \text{ Вт.}$$

Базисная угловая частота вращения ротора:

$$\Omega_{\bar{o}r} = \Omega_{\bar{o}} / Z_p, \quad (4.1.23)$$

$$\Omega_{\bar{o}r} = 314,159 / 2 = 157,08 \text{ рад/с.}$$

Базисный угол поворота ротора:

$$\Theta_{\bar{o}r} = \Theta_{\bar{o}} / Z_p, \quad (4.1.24)$$

$$\Theta_{\bar{o}r} = 1 / 2 = 0,5 \text{ эл.рад.}$$

Базисный момент:

$$M_{\bar{o}} = P_{\bar{o}} / \Omega_{\bar{o}r}, \quad (4.1.25)$$

$$M_{\bar{o}} = 89605,74 / 157,08 = 570,45 \text{ Н·м.}$$

Базисный момент инерции:

$$J_{\sigma} = M_{\sigma} \cdot T_{\sigma} \cdot Z_p / \Omega_{\sigma}, \quad (4.1.26)$$

$$J_{\sigma} = 570,45 \cdot 0,0032 \cdot 2 / 314,159 = 0,0116 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Далее вычислим необходимые для построения моделей параметры асинхронной машины в относительных единицах. Расчет сведем в таблицу 4.1.8

Таблица 4.1.8 – Параметры асинхронного двигателя в о.е.

Величина	Обозначение	Расчет	Значение
Активное сопротивление фазы статорной цепи	r_s	R'_1	0,026
Активное сопротивление фазы роторной цепи	r_r	R''_2	0,014
Индуктивность рассеяния обмотки статора	$l_{s\sigma}$	X'_1	0,089
Индуктивность рассеяния обмотки ротора	$l_{r\sigma}$	X''_2	0,11
Взаимная индуктивность обмоток статора и ротора	l_m	X_m	4,4
Полная индуктивность фазы обмотки статора	l_s	$l_{s\sigma} + l_m$	4,489
Полная индуктивность фазы обмотки ротора	l_r	$l_{r\sigma} + l_m$	4,51
Коэффициент связи статора	k_s	l_m / l_s	0,9802
Коэффициент связи ротора	k_r	l_m / l_r	0,9756
Полный коэффициент рассеяния машины	σ	$1 - k_s \cdot k_r$	0,0437
Эквивалентная индуктивность фазы статора	$l'_s = l_{\sigma}$	$\sigma \cdot l_s$	0,1963
Эквивалентная индуктивность фазы ротора	l'_r	$\sigma \cdot l_r$	0,1972
Эквивалентное сопротивление фазы статора	r_{σ}	$r_s + k_r^2 \cdot r_r$	0,0393
Эквивалентная постоянная времени	T_{σ}	l_{σ} / r_{σ}	4,9921
Постоянная времени роторной цепи	T_r	l_r / r_r	322,143
Момент инерции ротора	J	$J_{ДР} / J_{\sigma}$	86,5075

4.2 Результаты моделирования асинхронного двигателя в полярной системе координат с учётом насыщения

4.2.1 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4A160M4УЗ в полных переменных

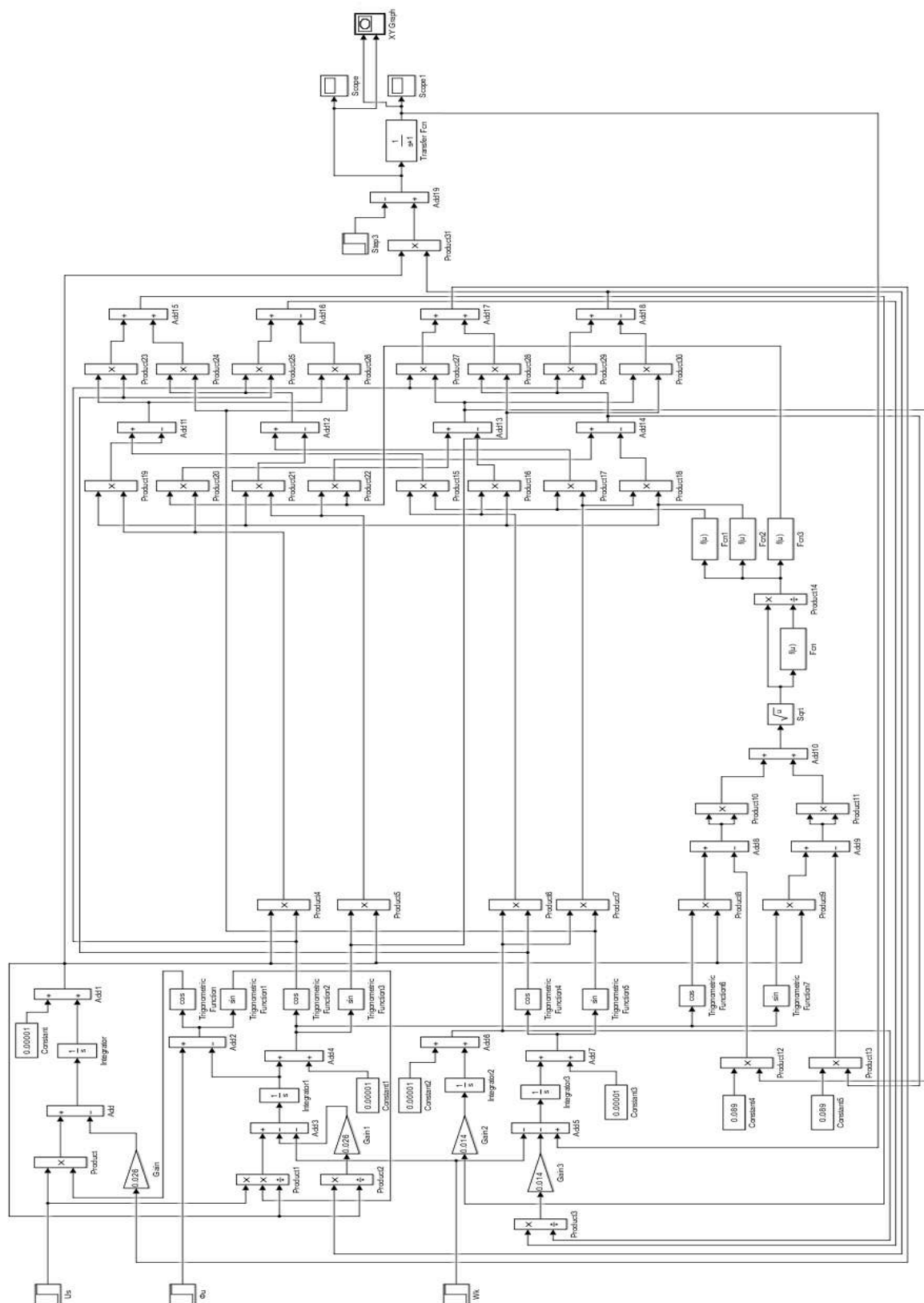


Рисунок 4.2.1 Структурная схема математической модели АМ с учетом насыщения главной магнитной цепи в полных переменных

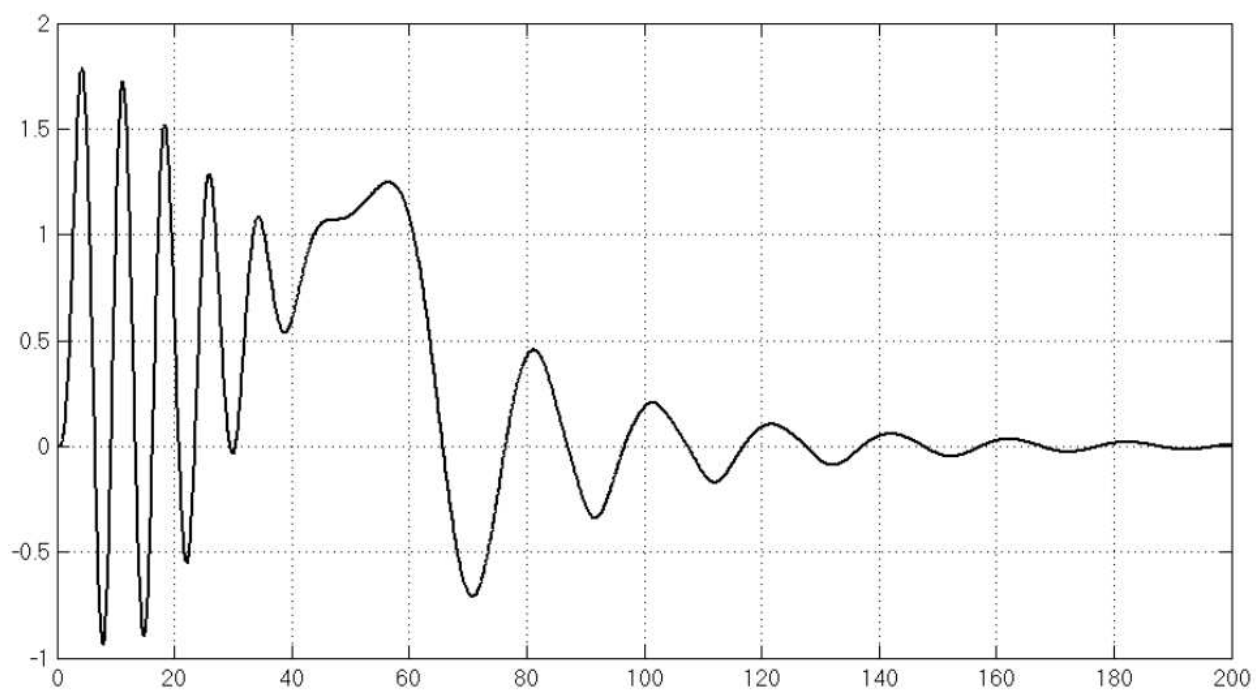


Рисунок 4.2.2 - График момента

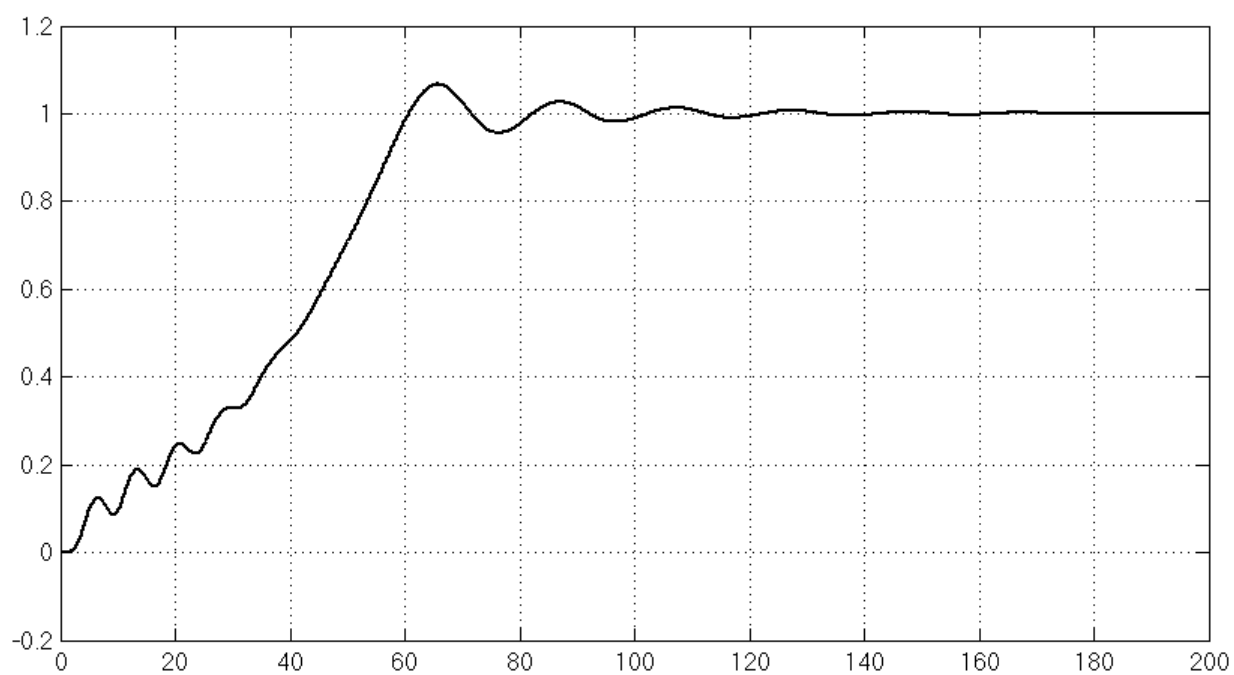


Рисунок 4.2.3 - График скорости

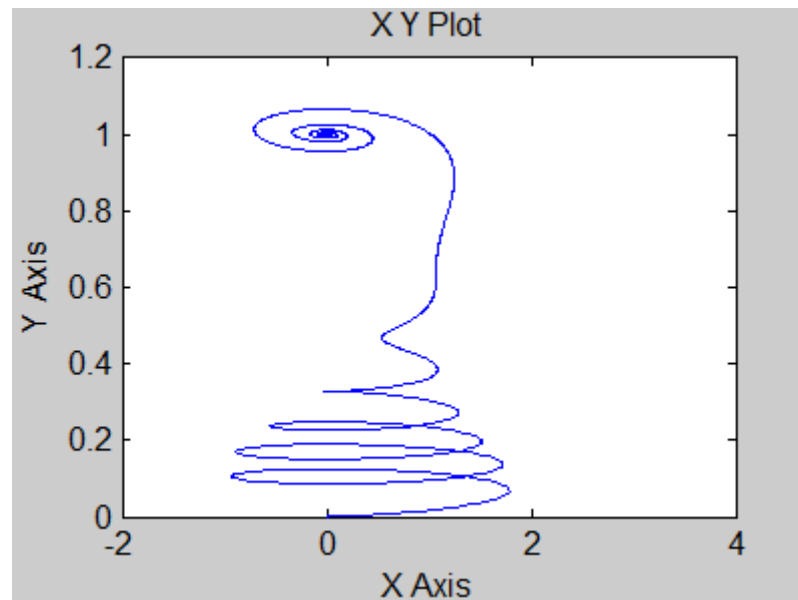


Рисунок 4.2.4 - Фазовый портрет зависимости скорости от момента

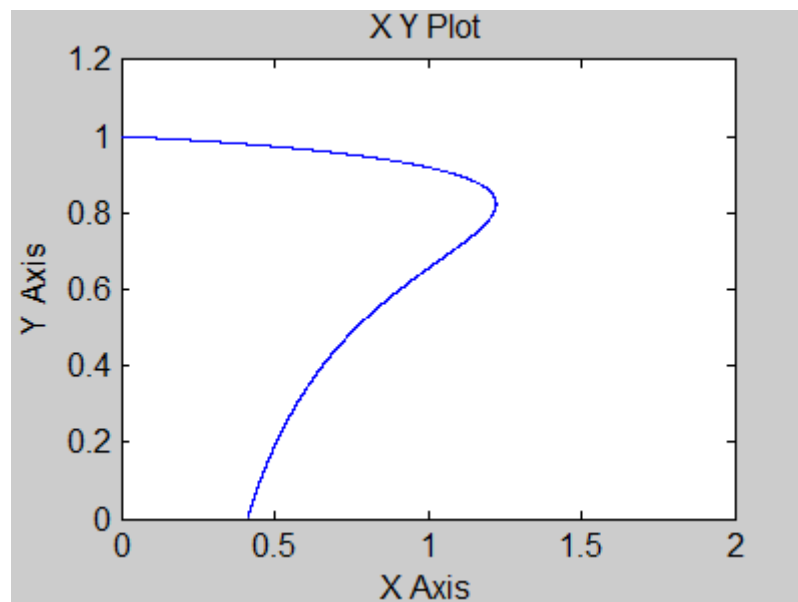


Рисунок 4.2.5 – Статическая характеристика

4.2.2 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А250S4УЗ в полных переменных

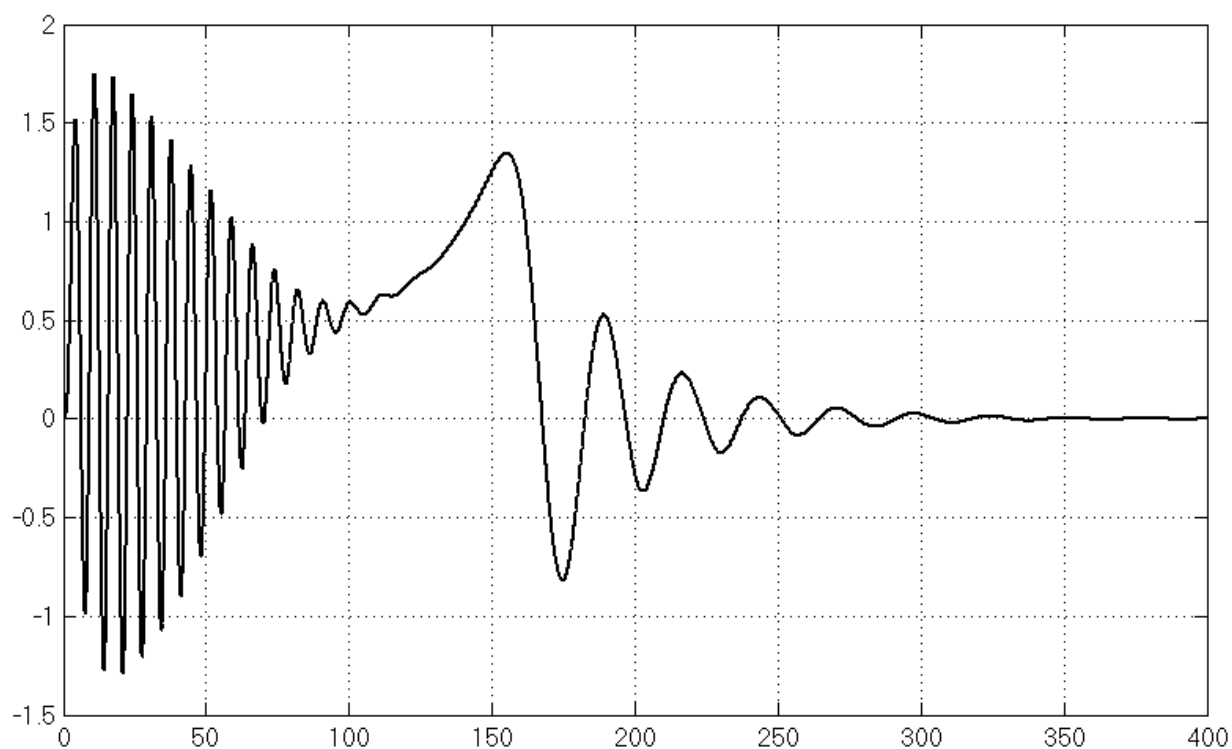


Рисунок 4.2.6 - График момента



Рисунок 4.2.7 - График скорости

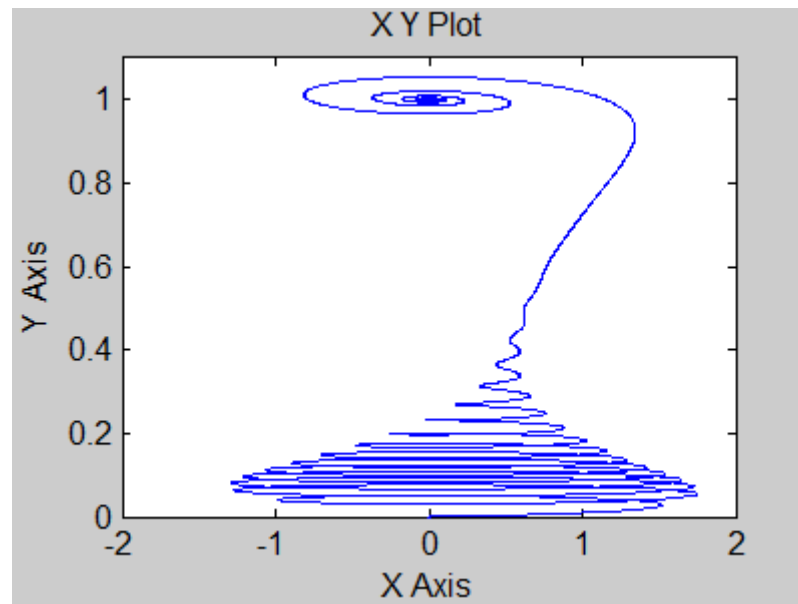


Рисунок 4.2.8 - Фазовый портрет зависимости скорости от момента

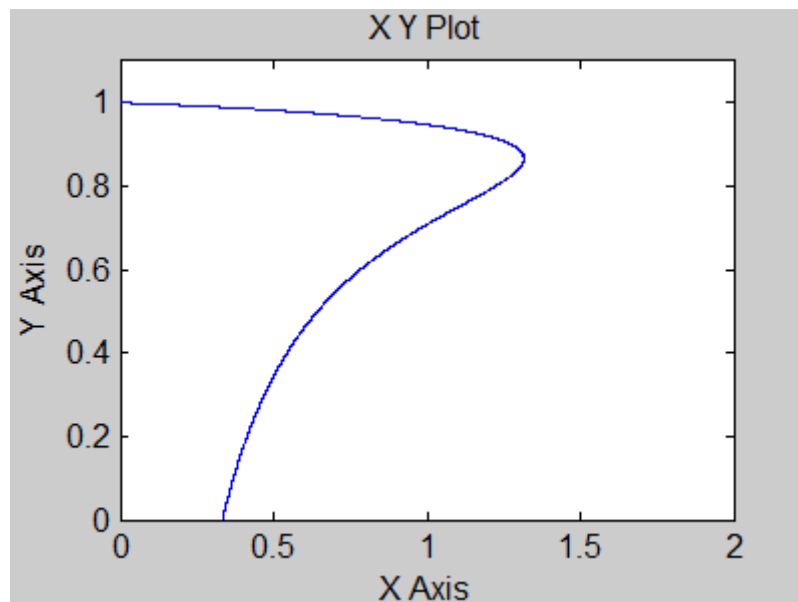


Рисунок 4.2.9 – Статическая характеристика

4.2.3 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А160М4У3 в переменных $\psi_s - \psi_r$

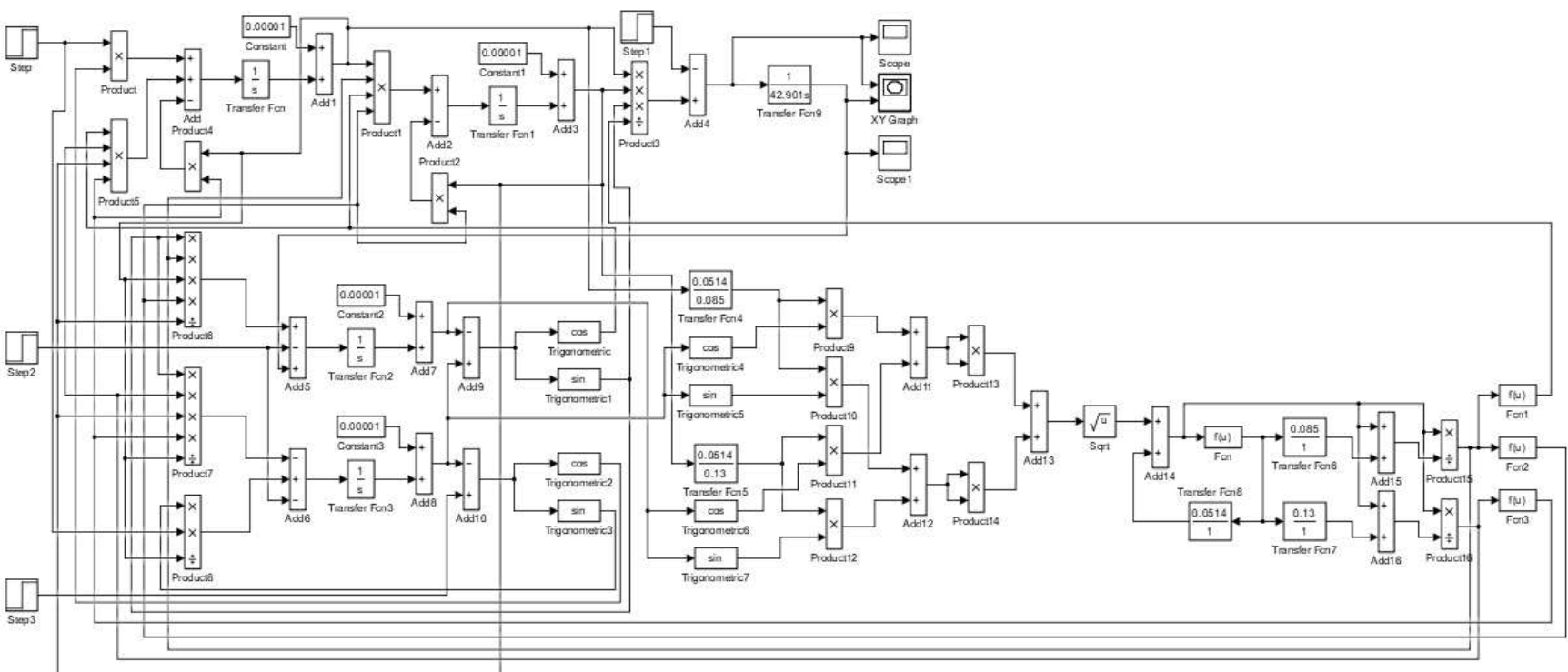


Рисунок 4.2.10 Структурная схема математической модели АМ в переменных $\psi_s - \psi_r$ с учетом насыщения главной магнитной цепи в полярных координатах

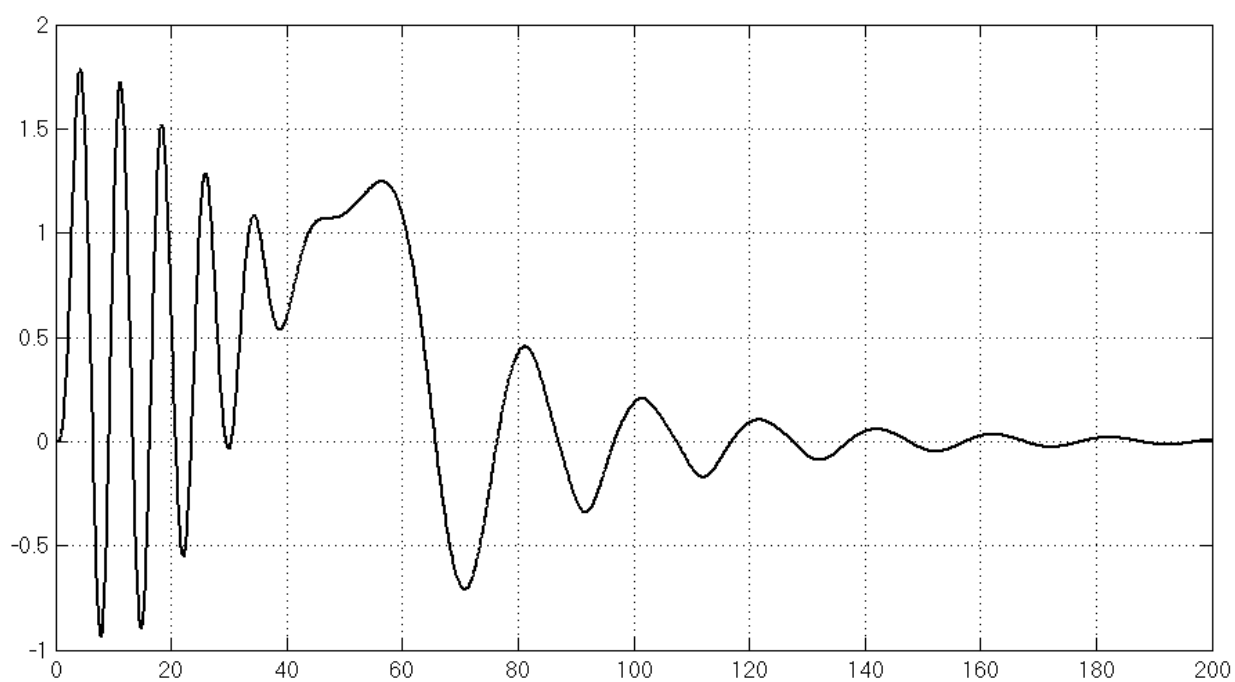


Рисунок 4.2.11 - График момента

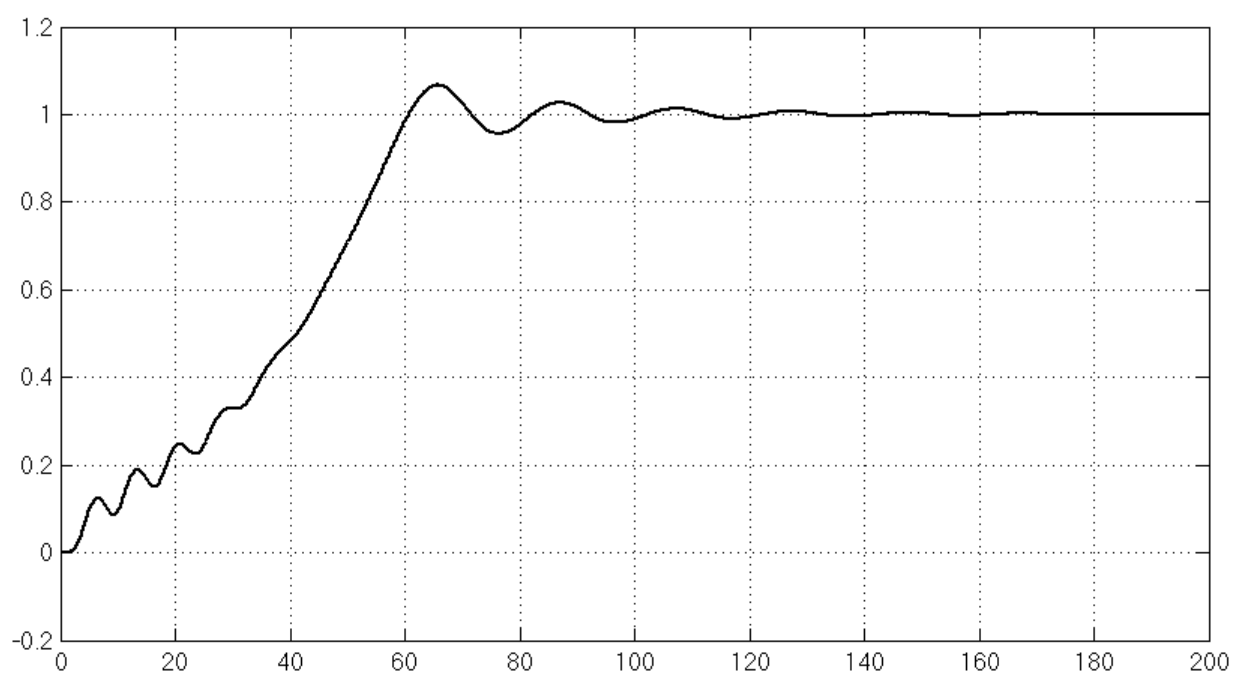


Рисунок 4.2.12 - График скорости

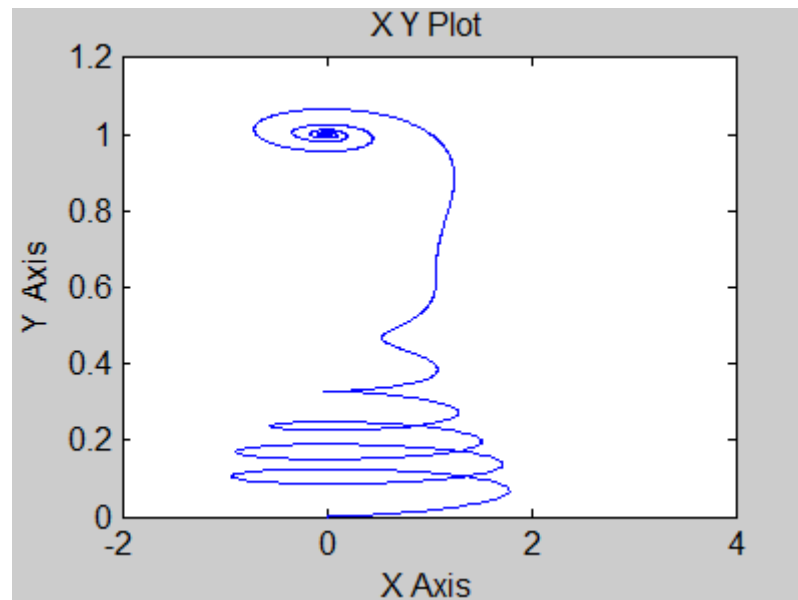


Рисунок 4.2.13 - Фазовый портрет зависимости скорости от момента

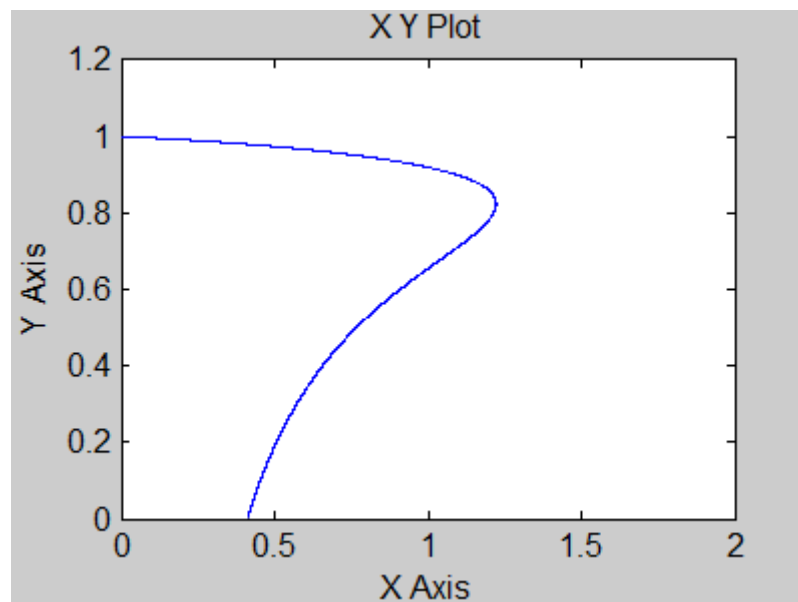


Рисунок 4.2.14 – Статическая характеристика

4.2.4 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4A250S4УЗ в переменных $\psi_s - \psi_r$

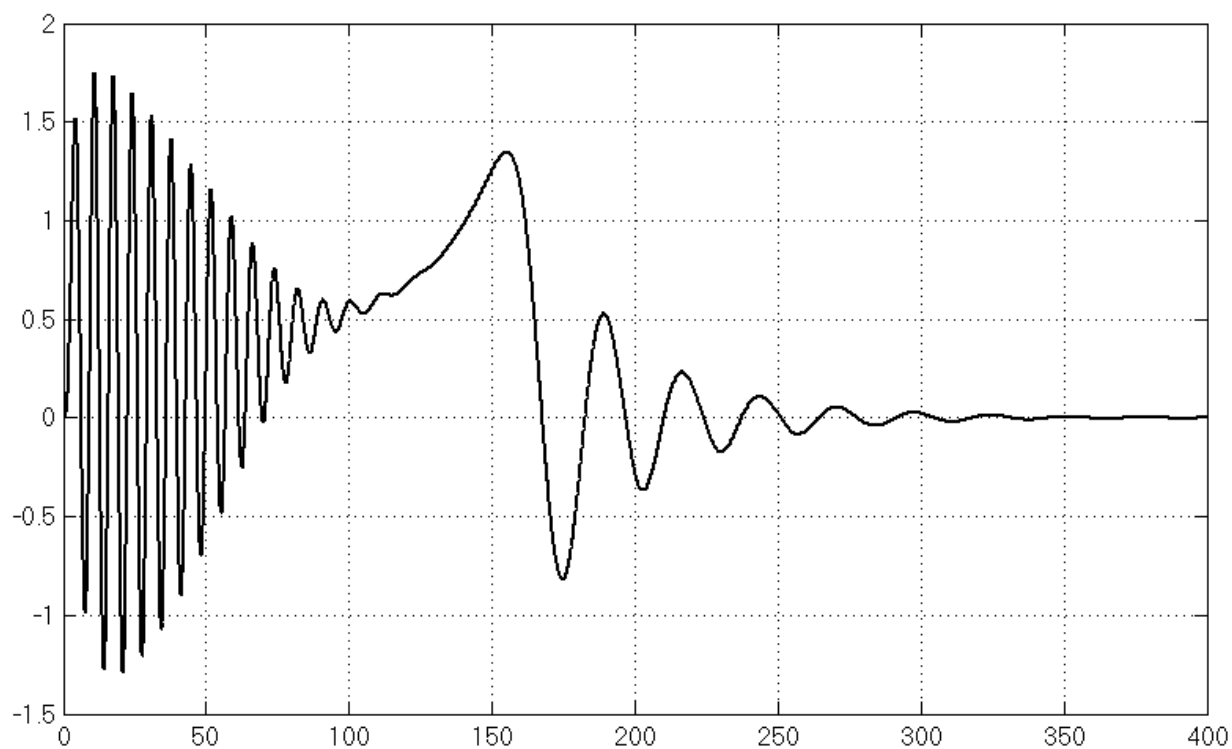


Рисунок 4.2.15 - График момента

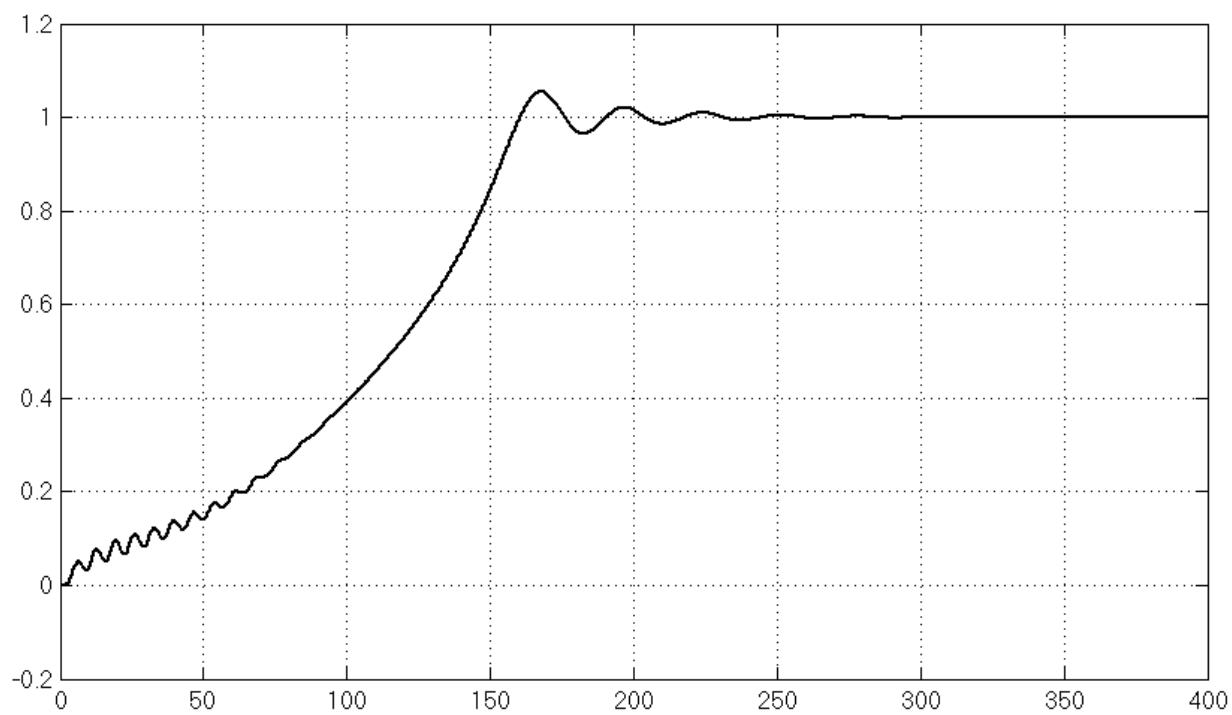


Рисунок 4.2.16 - График скорости

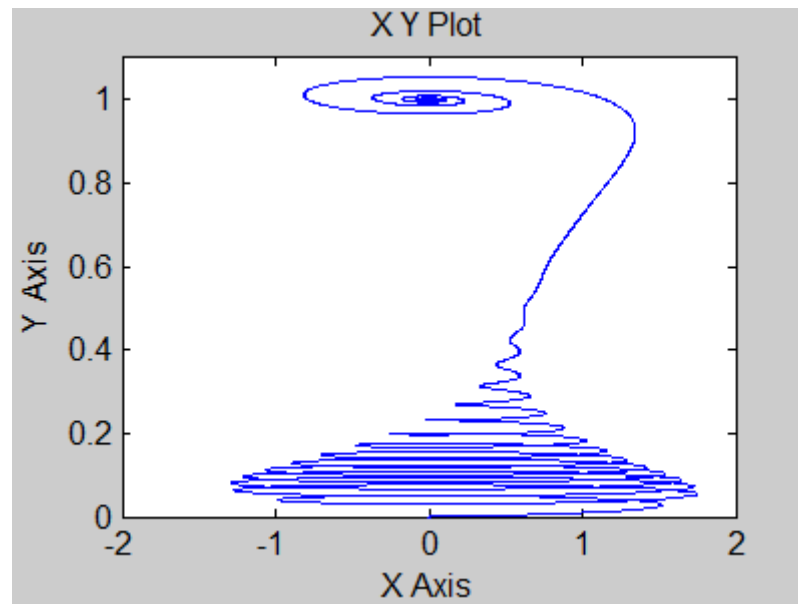


Рисунок 4.2.17 - Фазовый портрет зависимости скорости от момента

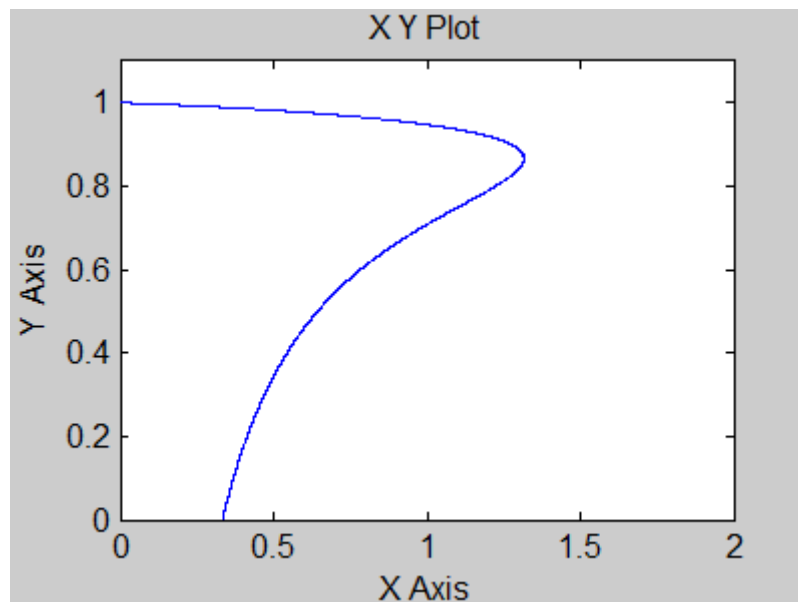


Рисунок 4.2.18 – Статическая характеристика

4.2.5 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4А160М4У3 в переменных $i_s - \psi_r$

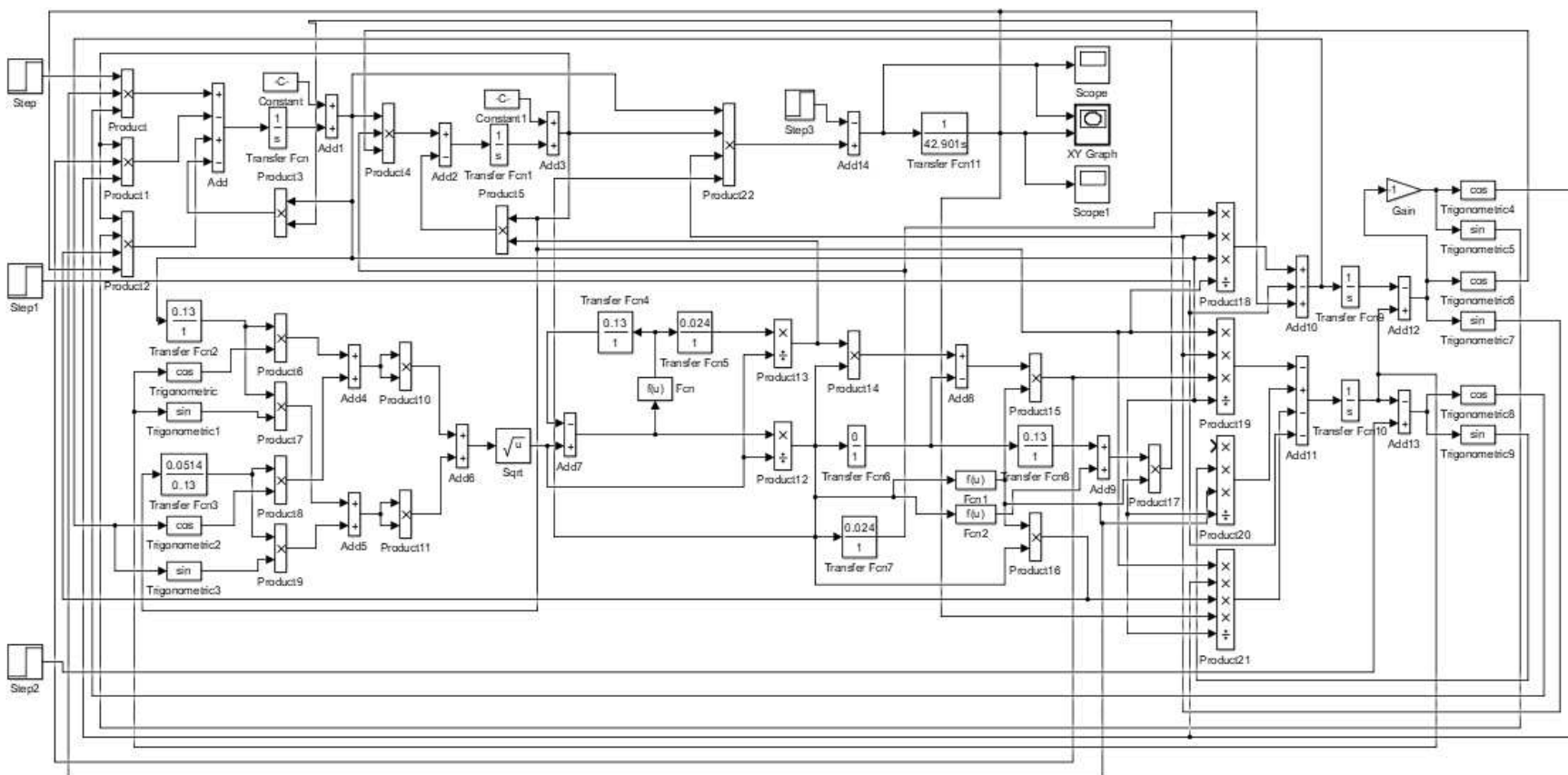


Рисунок 4.2.19 - Структурная схема АМ в переменных $i_s - \psi_r$ с учетом насыщения главной магнитной цепи

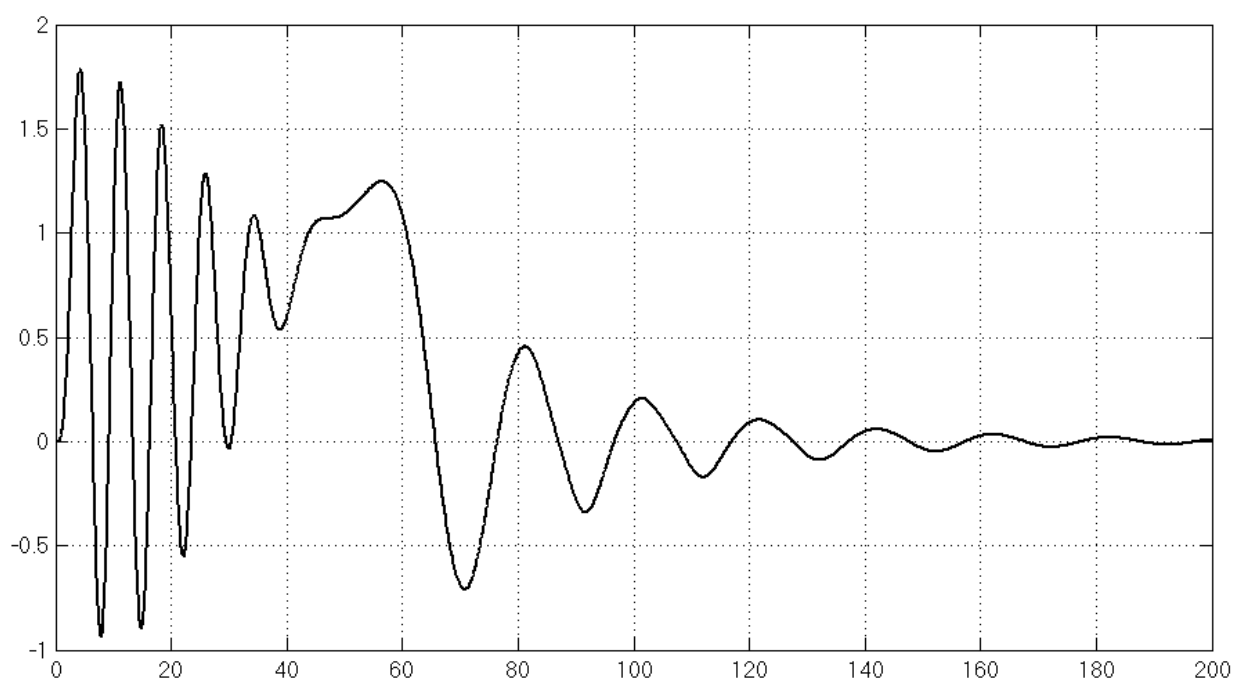


Рисунок 4.2.20 - График момента

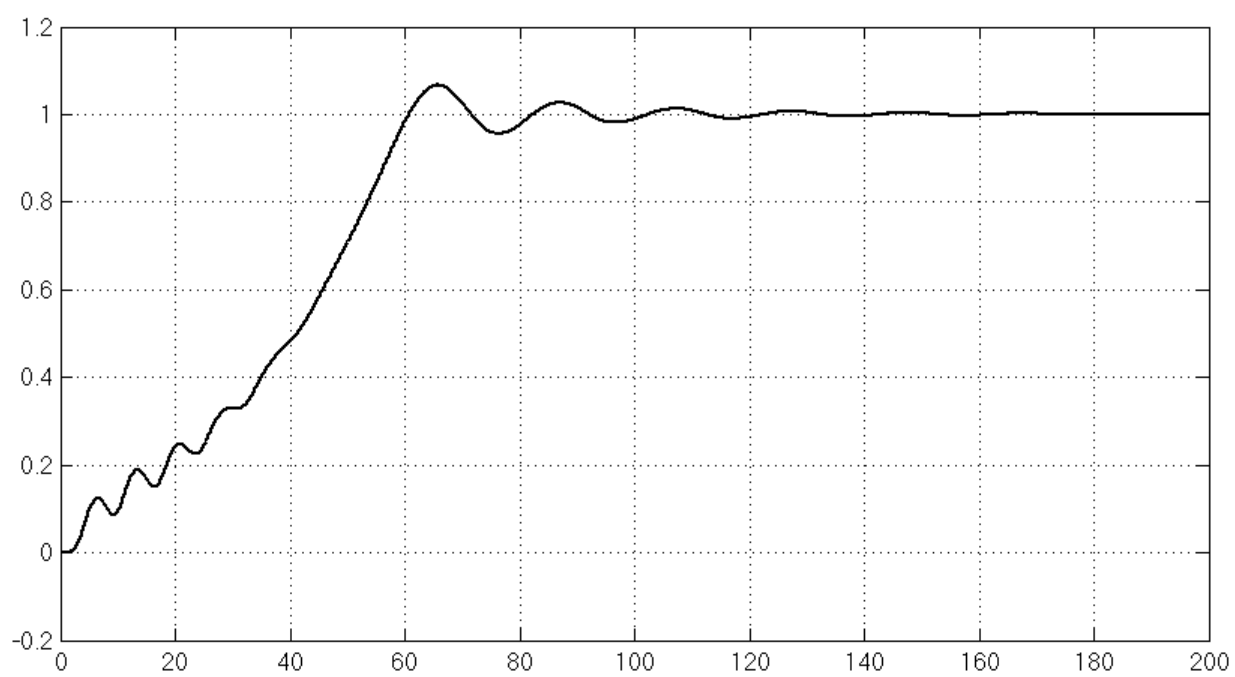


Рисунок 4.2.21 - График скорости

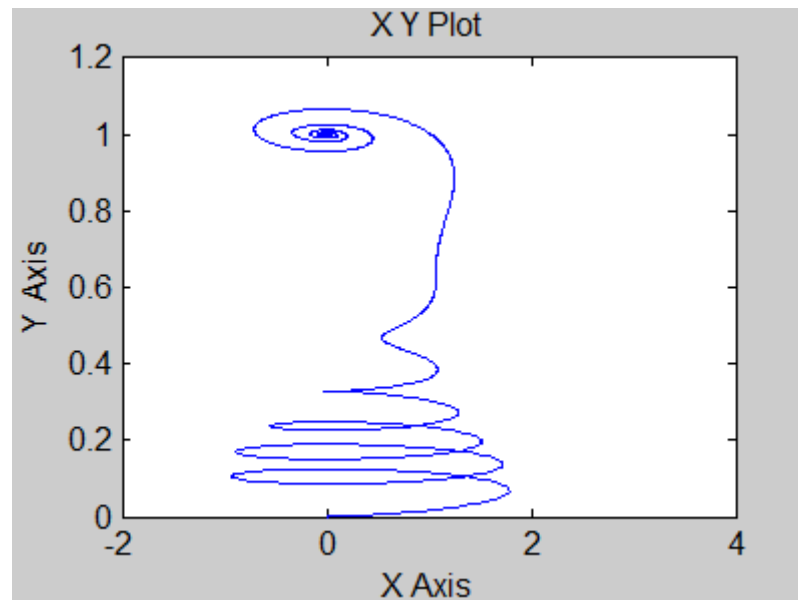


Рисунок 4.2.22 - Фазовый портрет зависимости скорости от момента

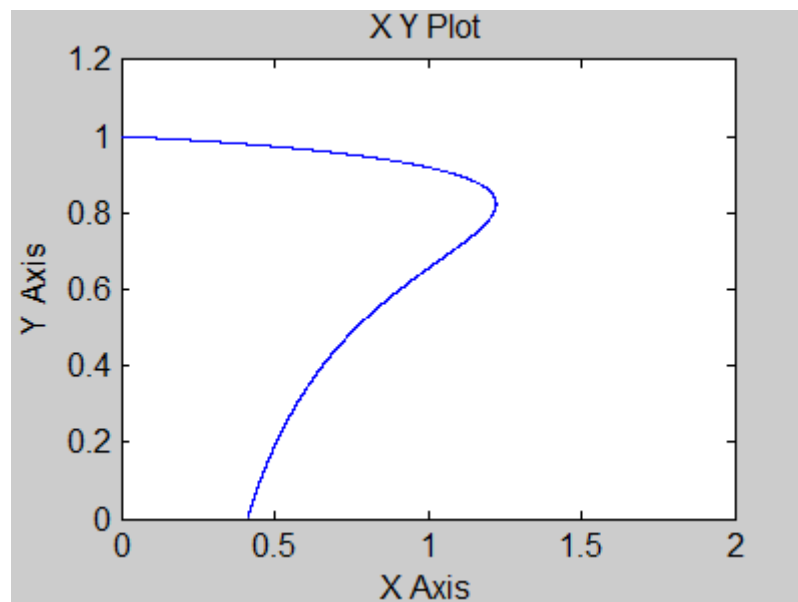


Рисунок 4.2.23 – Статическая характеристика

4.2.6 Результаты моделирования асинхронного двигателя 4A250S4УЗ в переменных $i_s - \psi_r$

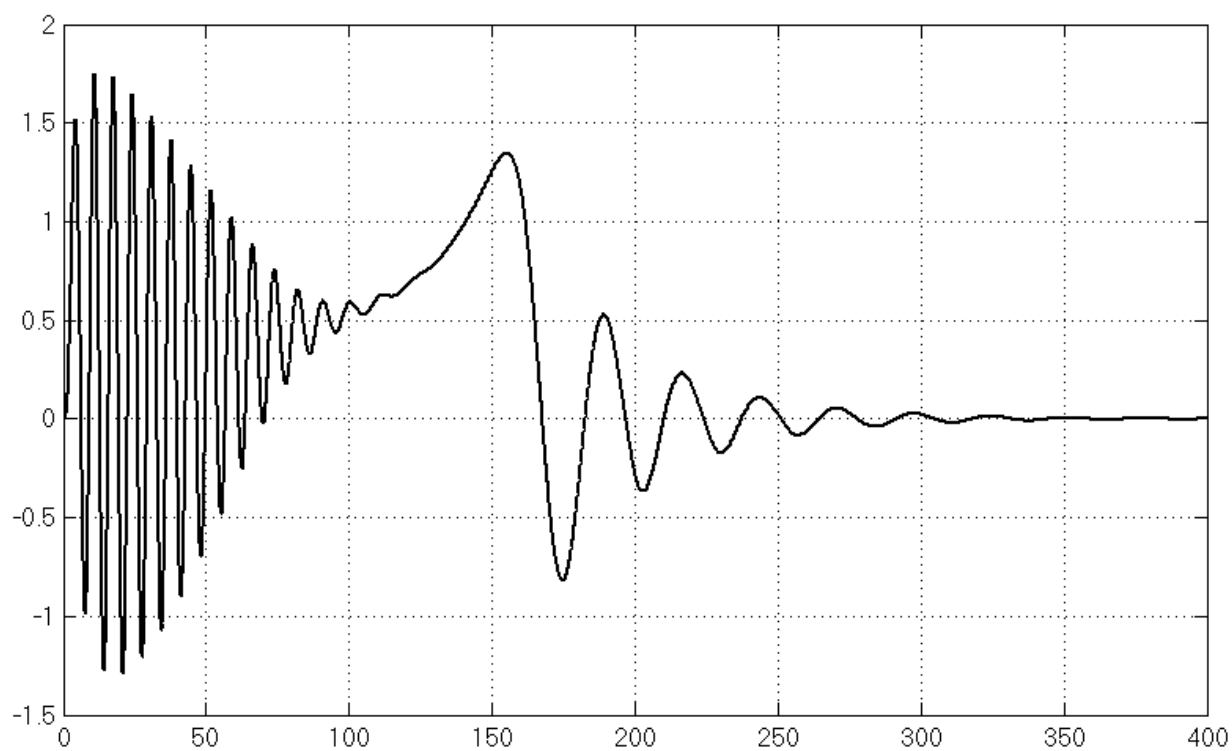


Рисунок 4.2.24 - График момента



Рисунок 4.2.25 - График скорости

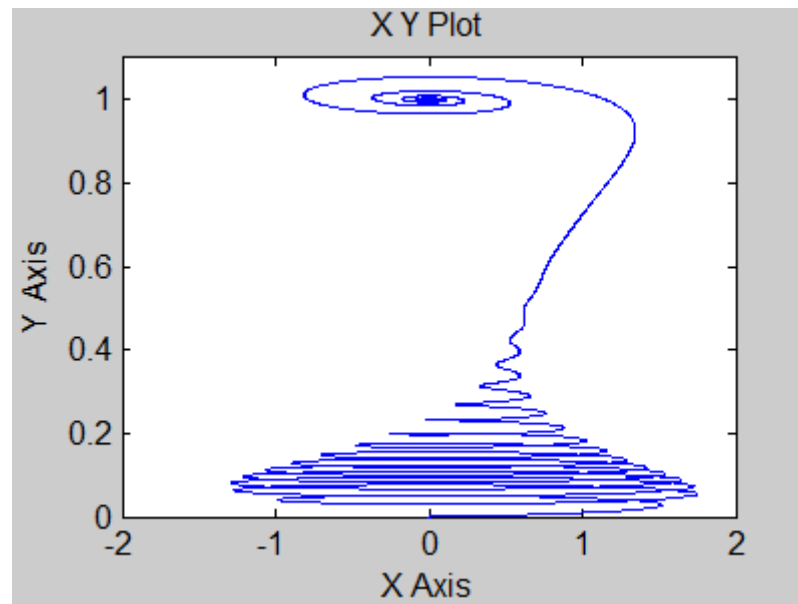


Рисунок 4.2.26 - Фазовый портрет зависимости скорости от момента

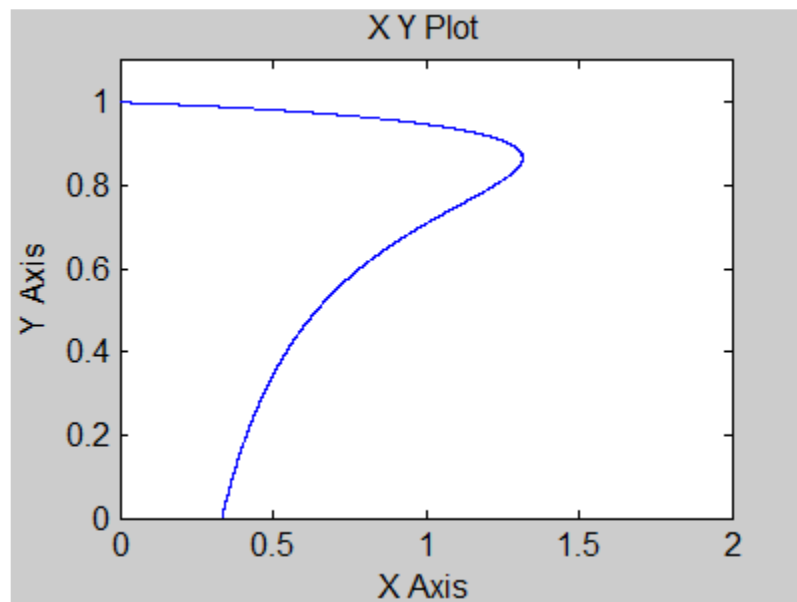


Рисунок 4.2.27 – Статическая характеристика

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Бакалаврская работа носит научно-исследовательский характер и посвящена построению и исследованию структурных схем моделей асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором различного уровня точности. Необходимость в таких моделях возникает в частности при проектировании частотно-управляемых асинхронных электроприводов. При выполнении работы получены следующие результаты:

1. В качестве базовой взята математическая модель асинхронного двигателя в виде уравнений Парка-Горьева, полученных на основании понятия обобщённой машины, выраженных в переменных \vec{i}_s , $\vec{\psi}_r$ и представленных в виде системы координат ориентированной по вектору питающего двигателя напряжения. Для этой модели разработана структура реализации её для двигателей 4A160M4Y3 и 4A250S4Y3 с номинальной мощностью 18,5 и 74 кВт в пакете прикладных математических программ MatLab. Полученные при моделировании прямого пуска асинхронного двигателя временные и фазовые характеристики, а также график статической механической характеристики двигателя легли в основу оценки работоспособности последующих вариантов моделей асинхронного двигателя и сравнительной оценки влияния тех или иных параметров двигателя.

2. В литературе отмечается, что наряду с декартовой системой координат при описании процессов, протекающих в асинхронных частотно-управляемых электроприводах, могут использоваться полярные координаты (в случае линейно-независимой системы трёхфазных величин – цилиндрические координаты, о применении которых в литературе упоминания отсутствуют). Следует заметить, что цилиндрические (полярные) координаты по сути характеризуют геометрию машины. В то же время математические модели асинхронной машины в полярных координатах в полном объёме в литературе не отображены, а тем более не

исследованы свойства таких моделей в частности возможность реализации их цифровых моделей. В дипломной работе разработана и реализована в пакете MatLab математическая модель асинхронного двигателя в полярных координатах для векторных переменных \vec{i}_s , $\vec{\psi}_r$. В качестве переменных состояния асинхронного двигателя приняты модули и фазовые углы между соответствующими векторами и полярной осью, вращающейся с произвольной скоростью системы координат. Оказалось, что реализация моделей в цифровой форме при нулевых начальных условиях переменных невозможна в связи с наличием в моделях операции деления. При задании произвольных, приближенных к нулю, начальных условий работоспособность цифровых моделей восстанавливается, причём результаты моделирования практически совпадают с результатами, полученными в базовом варианте, правда машинное время счёта при этом возрастает. При проведении исследования на моделях в полярных координатах обращено внимание, что фазовые сдвиги некоторых векторных переменных состояния асинхронного двигателя превышают угол 2π , в ряде режимов существенно, что позволяет сделать вывод о том, что векторные и круговые диаграммы, широко используемые в теории электрических машин, характеризуют процессы с точностью по фазовому сдвигу кратному 2π .

3. В бакалаврской работе построены математические модели учитывающие насыщение главной магнитной цепи для полных уравнений, в переменных $\vec{\psi}_s$, $\vec{\psi}_r$ и в переменных \vec{i}_s , $\vec{\psi}_r$ в полярной системе координат. Полученные результаты позволяют судить о том, что в процессе моделирования заметно вырос пусковой момент, что согласуется с теоретическими выкладками. В связи с увеличением пускового момента, значительно уменьшается время первого согласования, и время переходного процесса (время пуска) АМ. В математической модели в координатах $\vec{\psi}_s$, $\vec{\psi}_r$ наблюдается незначительное увеличение потокосцепления статора, в тоже время существенно увеличивается потокосцепление ротора. В моделях в

переменных $\vec{i}_s, \vec{\psi}_r$ возрос ток статора , вследствие увеличения сопротивления ротора, а также полных индуктивностей ротора и статора, потокосцепление ротора, аналогично модели в переменных $\vec{\psi}_s, \vec{\psi}_r$ так же существенно возросло.

Список литературы

1. Чиликин М. Г., Ключев В. И., Сандлер А. С. Теория автоматизированного электропривода: учеб. пособие для вузов. М.: Энергия, 1979. 616 с.
2. Москаленко В. В. Электрический привод: учеб. для вузов. М.: Академия, 2007. 368 с.
3. Ключев В. И. Теория электропривода: учеб. М.: Энергоатомиздат, 2001. 704с.
4. Браславский И. Я., Ишматов З. Ш., Поляков В. Н. Энергосберегающий асинхронный электропривод: учеб. / под ред. И. Я. Браславского. М.: Академия, 2004. 202 с.
5. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: учеб. для вузов. М.: Академия, 2006. 260 с.
6. Терехов В. М., Осипов О. И. Системы управления электроприводов: учеб. для вузов / под ред. В. М. Терехова. М.: Академия, 2005. 300 с.
7. Фираго Б. И., Павлячик Л. Б. Регулируемые электроприводы переменного тока. Минск: Техноперспектива, 2006. 363 с.
8. Автоматизированный электропривод промышленных установок: учеб. пособие / Г. Б. Онищенко [и др.]; под общ. ред. Г. Б. Онищенко. М.: РАСХН, 2001. 520 с.
9. Белов М. П., Новиков В. А., Рассудов Л. Н. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов: учеб. пособие для вузов. М.: Академия, 2007. 576 с.
10. Карагодин М. С., Федоренко А. А. Уравнения динамики частотноуправляемых электроприводов: учеб. пособие. Красноярск: КрПИ, 1985. 92 с.
11. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин: учеб. для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 2001. 327 с.

12. Шрейнер Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. Екатеринбург: УРО РАН, 2000. 654 с.

13. Федоренко А. А., Лазовский Э. Н., Печатнов М. А. Уравнения динамики асинхронной машины, инвариантные к скорости вращения системы координат // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т.320. – № 4. – С. 142-146.

14. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: учеб. для вузов. М.: Высшая школа, 1967. 528 с.

15. Фильц Р. В. Дифференциальные уравнения напряжений насыщенной асинхронной машины // Вопросы теории и регулирования электрических машин: Научн. записки Львовского политехнического института. Львов, 1963. С. 22-32.

16. Фильц Р. В. Дифференциальные уравнения напряжений насыщенных неявнополюсных машин переменного тока // Изв. вузов: Электромеханика. 1966. №11. С. 1195-1203.

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Политехнический институт

ОТЗЫВ

руководителя о выпускной квалификационной работе студента
группы ФЭ14-06Б

Шинкоренко Ильи Сергеевича

1. Выпускная квалификационная работа выполнена по заданию
кафедры «Электротехнические комплексы и системы»

2. В работе решены следующие задачи:

Приведены уравнения и разработаны структурные схемы АД в полярных координатах. Выполнено исследование процессов АД с помощью средства визуального моделирования SIMULINK, получены статические и динамические характеристики АД в полярных координатах и проведено их сравнение

3. Замечания и предложения по выпускной квалификационной работе и ее оценка

Работа выполнена в полном объеме согласно заданию. Общая оценка «хорошо»

Руководитель ВКР

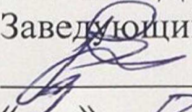

подпись

А.А. Федоренко

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Электротехнические комплексы и системы»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
 В.И. Пантелеев
«06» 06 2018 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

13.03.02.10 - Электроэнергетика и электротехника

Моделирование АД в полярных координатах с учетом насыщения главной
магнитной цепи

Пояснительная записка

Руководитель	<u>9.06.18</u>  подпись, дата	<u>к.т.н., доцент</u> должность, ученая степень	<u>А. А. Федоренко</u> инициалы, фамилия
Выпускник	 <u>9.06.18</u> подпись, дата		<u>И. С. Шинкоренко</u> инициалы, фамилия
Нормоконтролер	 <u>9.06.18</u> подпись, дата	<u>к.т.н., доцент</u> должность, ученая степень	

Красноярск 2018